

المجلد ٧
العددان
١ ، ٢
١٩٨٣



جامعة حلب ـ سورية
معهد التراث العلمي العربي

مجلة تاريخ العلوم العربية

المجلد السابع | العددان الأول والثاني | ١٩٨٣

محتويات العدد

القسم العربي

الابحـاث :

ملخصات الابحاث المنشورة في القسم الاجنبي

مراجعات الكتب والمجلات

القسم العربي من الابحاث الاجنبية



مجلة تاريخ العلوم العربية

تصدر عن معهد التراث العلمي العربي ـ جامعة حلب .

يرجى ارسال المقالات والبحوث على نسختين وتوجه المراسلات كافة الى العنوان التالي :

معهد التراث العلمي العربي ـ جامعة حلب .

توسل مبالغ الاشتراكات من خارج القطر بالدولارات الامريكية بموجب شيكات باسم :
الجمعية السورية لتاريخ العلوم

قيمة الاشتراك السنوي :

المجلد الاول أو الثاني (١٩٧٧ أو ١٩٧٨) ٢٥ ليرة سورية أو ٦ دولارات أمريكية
المجلد الثالث ، الرابع ، الخامس أو السادس (١٩٧٩ ، ١٩٨٠ ، ١٩٨١ أو ١٩٨٢) ٤٢ ليرة سورية أو ١٠ دولارات أمريكية
المجلد السابع أو الثامن ١٩٨٣ ، ١٩٨٤ ١٥ دولارا أمريكيا
٤٥ ل.س. أو ١٥ دولارا امريكيا

الاسعار المبينة أعلاه لا تشمل أجور البريد

مطبعة جامعة حلب

مقـــدمـــة
كتاب الجماهر في معرفــة الجواهر للبــيروني*

سامي خلف حمارنه**

من أكثر العلماء المسلمين أصالة وإنتاجاً في زمنه بلغة القرآن في العلوم والمعارف كان أبو الريحان البيروني (٣٦٢ – ٤٤٣هـ / ٩٧٣ – ١٠٥١م)(١) . وهو معاصر الشيخ الرئيس ابن سينا بإيران والحسن بن الهيثم في العراق ومصر وعلي بن حزم في الأندلس . ومن بــين كتب البيروني في التاريخ الطبيعي اثنــان في غاية الأهمية : أولهما **الصيدنة في الطب**(٢) والثاني **كتاب الجماهر في معرفة الجواهر** ألفهما في السنين الأخيرة في حياته

* محاضرة أعدت بمناسبة الندوة العالمية الثانية لتاريخ العلوم عند العرب (نيسان ١٩٧٩ ، جامعة حلب ، حلب ، سورية) ، تمت مراجعتها مع إضافات للنشر .

** كلية العلوم الطبية ، إدارة الصحة العامة ، جامعة اليرموك ، اربد ، الأردن .

١ – هو أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني الخوارزمي (ت ١٠٥١/٤٤٣) من أعظم علماء المسلمين وأكثرهم أصالة ، كتب في علوم الفلك والتنجيم والرياضيات والعلوم الطبيعية والجغرافيا والتاريخ والأنساب والفلسفة الاجتماعية وقد ولد في ٣ ذي الحجة ٣٦٢هـ/٤ – ١٠– ٩٧٣م في (Khiva or Kath) مدينة خوارزم أو ضواحيها على الأرجح (كان في دلتا آموداريا السوفياتية اليوم على الشاطئ الجنوبي لبحر خزر أو قزوين = آرال) ، ثم تتلمذ على أبي نصر الجيلاني وكانت له علاقة صداقة ومراسلات مع معاصريه ابن سينا وعيسى المسيحي وخدم السلطان منصور بن نوح الساماني (٣٨٧ – ٣٨٩هـ / ٩٩٧ – ٩٩٩م) ثم أبي الحسن قابوس شمس المعالي في جرجان ، والسلطان أبي الحسن علي بن مأمون وأخيه الخوارزمشاه أبي العباس مأمون قبل أن ينخرط في خدمة الغزنويين ومعهم زار الهند وسكن غزنة (في الأفغانستان اليوم) حيث بقي يؤلف ويكتب حتى وفاته وعمره حوالي ٧٨ سنة مليئة بالإنتاج القيم والخدمة للعلم وتقدم الإنسانية الفكرية : انظر **فهرس الظاهرية** ، **الطب والصيدلة** ، دمشق ، ١٩٦٩ ، ص ١٠٤ – ١٢٧ ، وفهرس المخطوطات في الطب والصيدلة في المكتبة البريطانية ، القاهرة ، ١٩٧٥ ، ص ٩٣ – ١١٠ .

See D. J. Boilot, « L'œuvre d'al-Berūnī essai bibliographique», *Mélange*, Cairo, vol. 2 (1955), pp. 161–241, and vol. 3 (1956), pp. 391–396.

٢ – إن كتاب البيروني ، **الصيدنة في الطب** قد تم تحقيقه ونشره مع تقديم وتقييم مختصر في كراتشي – الباكستان تحت إشراف مؤسسة همدرد الوطنية ورئيسها الحكيم محمد سعيد ، في جزئين سنة ١٩٧٣م ، وقد ترجم إلى الروسية مع شرح وتعليقات بقلم عبيد الله كريموف ، طشقند ، ١٩٧٤م . هذا آخر كتاب للبيروني وقد توفي قبل أن تتاح له فرصة تبييض المسودة التي أعدها للمقارنة بين صيدنة البيروني ومفردات الطب للغافقي ، انظر : – « الصيدلة والمواد الطبية عند البيروني والغافقي » ، **عاديات حلب** ، الكتابان الرابع والخامس ، ١٩٧٨ – ٧٩ م ، ص ٢٥٠ – ٢٥٥ .

فاحتويا على الكثير من غنى خبرته في العلوم الحياتية والبَحْتة والتقنية والاجتماعية.[١]
وفي هذه المقالة يهمنا كتابه هذا في **الجواهر** وبالذات **مقدمته للكتاب** الذي يعتبر من أهم تصانيفه وأكثرها أصالة[٢] ويتبين من هذه المقدمة أن البيروني قد نسق مقالاته وأتمها زمن السلطان مودود بن مسعود بن محمود الغزنوي (٤٣٢ – ٤٤١هـ / ١٠٤٠ – ١٠٤٨م) وربما في مطلع ملكه (حوالي سنة ١٠٤٤م) وعمر المؤلف آنذاك سبعون عاماً ونيف ، ويقول فيها: « نريد الآن نخوض في تعديد الجواهر والأعلاق النفيسة المذخورة في الخزائن ونفرد لها مقالة تتلوها ثانية في أثمان المثمنات وما يجانسها من الفلزات فكلاهما رضيعا لبان في بطن الأم وفرسا رهان في الزينة والنفع[٣] ويكون مجموعها تذكرة لي في خزانة الملك الأجل المعظم شهاب الدولة أبو الفتح مودود بن مسعود بن محمود قرن الله بشبابه اغتباطا وزاد يده بالنصر تطاولاً وانبساطاً فإنه لمـــا فوض لله تعالى أمره تولى إعزازه ونصره وحين نَصَبَ حب الله بين عينيه عفا عن من استغاث باسمه وأمن من استأمن بذكره وأخفى صدقاته بعد صلاته البادية ليفوز بمـــا هو خير له في السر والعلانية»

---

١ – مقدمتا كتابي البيروني **في الصيدنة وفي الجواهر** يمكن اعتبارهما من أروع ماكتب بالعربية في العصر الوسيط في موضوعهما فهما حافلتان بالأفكار الجديدة النيّرة عن حياة المؤلف الشخصية وآرائه الأصيلة في العلوم والاجتماع والاقتصاد حتى أن ادورد سخاو يعتبره أعظم عقلية عرفها التاريخ وقد مدحه ياقوت الحموي (ت ٦٢٦هـ) في **معجم الأدباء** ، القاهرة، دار المأمون ، ١٩٣٦، ص ١٨٠ – ١٩٠ ، في أول ترجمة مسهبة لحياة هذا العالم العبقري .

٢ – كتاب **الجماهر في معرفة الجواهر** للبيروني تم طبعه وتحقيقه في حيدر آباد ، دائرة المعارف العثمانية ، ١٣٥٥هـ / ١٩٣٦م بواسطة المستشرق فرتيز كرنكو وقد اعتمد في عمله على ثلاث نسخ: الآستانة بمكتبة طوب كاباي والآن مكتبة أحمد الثالث تحت رقم طب ٢٠٤٧ في ١٩٣ ق تم نقلها سنة ٦٢٦ هـ وهي أصح النسخ بخط أحمد بن صديق بن محمد الطبيب ونسخة راشد بالقيصرية ونسخة الاسكوريال رقم ٩٠٥ عربي (الطبعة جيدة ماخلا أخطاء قليلة) . أما كاتب هذه المقالة فقد اعتمد بالإضافة لهذا على نسخة جامعة هارفارد والتي ربما هي نسخة عن مخطوط الآستانة السابق ذكره كما وقد فحص نسخة في مكتبة البودليان بجامعة أكسفورد بانكلترا (ناقصة) ذكرها أيضاً E. B. Pusey في فهرست مخطوطات بودليان العربية الشرقية طبع أكسفورد ، ١٨٣٥، ص ١٢٦ ، وتوجد نسخة بالقاهرة ، المكتبة التيمورية ، رقم ١٥٣ طبيعيات .

٣ – الجوهر في العربية هو كل حجر يستخرج منه شيء ينتفع به وهنا أطلق على الأعلاق النفيسة من الجواهر (المجوهرات) ، والجوهري هو صانع وبائع الجواهر . والفلز بكسر الفاء واللام وشد الزاي هو أصلاً نوع من النحاس الأبيض تجعل منه القدور المفرغة أو خبث الحديد أو الحجارة أو جواهر الأرض كلها أو ماينفيه الكير من كل مايذاب منها وهنا يشتمل على الذهب والفضة والحديد والنحاس والرصاص وإن نفعها بالتداول وليس بالخزن في باطن الأرض إذ لم تكن آنذاك متاحف عامة بعد لعرضها على الجماهير . انظر **القاموس المحيط** لمجد الدين محمد بن يعقوب الفيروز آبادي ، الطبعة الثانية ، القاهرة ، البابي الحلبي، ١٣٧١هـ / ١٩٥٢م ، ج ١ : ٤١٠ ومجلد ٢ : ١٩٣ه .

ثم إن النصوص والمقدمة نفسها تفيدنا بأن تأليف الكتاب قد تم أيضاً في مدينة غزنة حاضرة السلطنة (في جمهورية الأفغانستان اليوم)[1] .

يستهل المؤلف كتابه **الجماهر في معرفة الجواهر** في مقدمة مستفيضة تحتوي على فصلين قصيرين وافتتاحية ثم خمس عشرة ترويحة كأنها مراحل توقف للتفكير والتأمل الروحي والاستجمام الفكري والإيحاء[2] . وفي هذه المقدمة يستودع البيروني خلاصة تفكيره في أمور فلسفية وعلمية واقتصادية ودينية واجتماعية في غاية الأهمية والأصالة والروعة . وماهذه المقالة إلا محاولة متواضعة وجدية لتقييم ماأراده البيروني أو ماكان يجول بخاطره لنقله إلى القارئ من أفكار وآراء وتوجيهات من خلال مقدمة الكتاب والتي تثير في النفس تساؤلات عديدة نبينها ونشرحها باختصار بالطريقة التالية :

١ – هل كانت المناقشات والأفكار والمبادئ التي خطتها يد الشيخ العالم أبي الريحان البيروني وهو يدبّ بخطى وئيدة إلى نهاية مسيرة هذه الحياة الدنيا أفكاراً عابرة متفرقة وخواطر ثائرة أو شاردة لاتربط بينها أوصال ولا تنتظم منها رؤية واضحة أو توجيه جاد معين ؟ .

٢ – أو كانت تعابير روح ثائرة على مجتمع مادي يعتوره الفساد والظلم والتكالب والأنانية وانتقاداً ساخراً لأنظمة بالية فيزيح بقلمه الغطاء عن عوراتها ويكشف أستار محتوياتها ومكنوناتها سافرة أمام نور الحقيقة وجمال الفضيلة ومكارم الأخلاق ومجد الخلود ؟[3] .

---

١ – البيروني ، **في الجواهر** ، طبعة ١٩٣٦ م السابق ذكرها ص ٣١ ، ٤٩ . بلغت مدينة غزنة زمن المؤلف أعلى درجات الأهمية والعظمة والنفوذ وامتدت سلطة ملوكها من أواسط الهند إلى إيران وفي ذلك الباكستان والأفغانستان والبلاد المجاورة لهما ويعتبر الأمير محمود الغزنوي مؤسسها الحقيقي انظر محمد ناظم ، **حياة السلطان محمود الغزنوي وزمنه** ، كبردج إنكلترا ، ١٩٣١ م .

٢ – كلمة الترويحة استعملت في شهر رمضان المبارك لاستراحة العابدين بعد كل أربع ركعات فسميت صلاة التراويح لأنهم كانوا يستريحون بين كل تسليمتين (مفردها ترويحة) ثم أطلقت على الجلسة مطلقاً للترويح عن النفس . انظر **لسان العرب** لجمال الدين محمد بن مكرم الأنصاري ابن منظور ، طبعة القاهرة ، بولاق ، ج ٣ : ٢٨٧ – ٢٨٩ .

٣ – **المقدمة** لكتاب البيروني **في الجواهر** تتضمن مبادئ وخواطر واتجاهات لابد أنها كانت تحوم في فكر هذا العالم القدير والباحث المدقق والاجتماعي الخبير العارف بأحوال الطبيعة البشرية والآن قد حانت له الفرصة المشاركة بل والمساهمة بها والكشف عنها كأفكار متواترة في كتاب علمي لاينتظر أن تثير أية ضجة أو معارضة ←

٣ — أو أنه يقدّم فيها نظاماً اجتماعياً شاملاً وصالحاً يتماشى مع روح عصر سداته الايمان والمروءة ولحمته الدين الصحيح الحنيف كاشفاً فيه عن أهداف وآراء اقتصادية وأخلاقية بنّاءة شافية لأسقامه الكثيرة ؟ .

٤ — أو هل هي تصدير مبدئي وتقديم مقصود وتمهيد متسلسل ليرينا علاقة هذه الأحجار الكريمة والفلزات النفيسة والأعلاق المفضلة التي هي موضوع الكتاب نفسه بمـــا لهـــا من صلات وتأثيرات وملابسات في مجتمع مشعب الأهداف متباين في مآربه ومشاربه معقد في أطماعه وأحلامه ومعاملاته ، كثيرة تيّاراته الفكرية والمادية ؟ أو هل هذه هي الأسئلة الأربعة مجتمعة متّرابطة؟ وأن هناك خيطاً غير منظور يجمع هذه الدرر المتناثرة في قلادة أو عقد متصل الحلقات جميل الرونق نادر الثمن ؟ .

في مقدمة الجماهر هنا لأول وهلة نجد أمامنا أفكاراً جديدة نقادة في الفقه والتشريع والعلوم العامة والتاريخ الطبيعي والأدب والاجتماع والتجارة والعمران متبعثرة حينا وحينا في اتساق وتخطيط مرسوم ربما يراد الوصول به إلى غاية الكتاب نفسه ومادته أو إنها طفرة مقصودة تعبّر عن تبرم المؤلف من المجتمع البشري كلية أو تأسفه على أحلام وأمان رفيعة لم تتحقق فانطلقت هنا معبرة عن إرادتها بحرية رفيقة وبساطة جريئة[1] .

للإجابة بوضوح ودقة لابد من تقييم هذه الفصول وتعيين اتجاهاتها واحداً واحداً

←

من أعدائه وأولئك الذين يحاربون كل اكتشاف ويناوئون كل فكر جديد محدث انظر مقدمة أ.م . بلنسكي ، **في علم المعدنيات** ،موسكو ، ١٩٦٣ م ، والجمعية الإيرانية ، **كتاب تذكاري للبيروني** (٣٦٢ — ١٣٦٢هـ) كلكتا الهند ، ١٩٥١ م ، بول كراوس ، « البيروني عالم القرون الوسطى الإيراني » ، **مجلة الإسلام الألمانية** ، ٢٦ (١٩٤٠م) ص ١٥ ، وماكتبه أيلهارد فيدمان في أعمال البيروني في العلوم الطبيعية، ارلانجن ، ألمانيا ، وبنوع خاص أطروحة صديقنا المرحوم الدكتور محمد يحيى الهاشمي في **كتاب البيروني في الجواهر** ، بون ، ألمانيا ، ١٩٣٥ م (بالألمانية) .

١ — عبقرية البيروني تبدو أيضاً في سعة اطلاعه وقوة ملاحظته فهو يتكلم في العلوم الطبيعية والاقتصادية والدين والاجتماع والسياسة بهدوء وثقة العارف بموضوع بحثه وبأصالة الباحث فيما يعرفه عن اختبار شخصي بدون تكلف أو مراوغة لذا يطلع علينا بنظريات مقبولة وآراء هامة وتعقيبات تلقي ضوءاً كاشفاً لنا الكثير عن تلك الحقبة التي عاش بها في تاريخ الأمة الإسلامية لذلك نجد جورج سارتون في **مقدمته لتاريخ العلوم**، المجلد الأول ص ٦٩٣ — ٧٣٧ يطلق على النصف الأول من القرن الحادي عشر ؛ م ، عصر البيروني ولكنه أخطأ بظنه أنه شيعي معاد للعربية والعروبة فقد كان بعكس ذلك .

For detail see E.S. Kennedy, «Al-Birūni.» *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 2. New York, C. Schribner's Sons, 1970, pp. 147-158.

مع تحليل مقتضب لمحتوياتها ومقاصدها وأسبابها القريبة والبعيدة ولابد لنا من القول قبل البدء في التعليق والشرح بأن هذه المقدمة بجملتها تقدم لنا حقاً قطعة أدبية رائعة ودرساً اجتماعياً قيماً ونبذة علمية نادرة وشرحاً موضوعياً بديعاً لأحوال الدين والدنيا للمجتمع الإسلامي في العصر الوسيط وكل ذلك في نظر ثاقب رصين مؤمن بالحياة ويهزأ بالإخفاق والانهزامية والإذعان .

الافتتاحيـــة :

يهمل البيروني في افتتاحية كتاب الجماهر هذا ذكر اسم الكتاب وعنوانه من ناحية أو مقصده وأهدافه وأغراضه من ناحية أخرى كمـــا نجد في كثير غيره من تآليف هذا العصر الهامة في شتى العلوم[1] ، فلعل المؤلف اكتفى بذكر تصدير مقتضب معـــبر بكلتا الحالتين عن فاتحة قصيرة فيها يحمد رب العالمين « الذي لما توحد بالأزل والأبد وتفرد بالدوام والسرمد جعل البقاء في الدنيا علة الفناء والسلامة والصحة داعية الآفات والأدواء » ، كل هذا — في لهجة فلسفية — يوضح بأن خوف الإنسان من الفناء يدفعه للتمسك أكثر بالحياة الدنيا وتلهفه على طلب السلامة مهما كلف الأمر مع تأييد بعزم وثبات أمر محاربة الأسقام والآلام والطريق لاستعادة العافية ولكن هذا لايكون إلا بذاك وأما نوال السعادة فهو رهين القبول والرضى بحقيقة هذا التضاد في الحالتين .

ويشير البيروني إلى أهمية قبول قضاء الله وقدره الذي « قسم الأرزاق ووفق الآجال وصير سببها الإشاحة في الأعمال » ، مؤكداً ضرورة الجد والاجتهاد لنيل المراد . ثم يتحول المؤلف للإشارة إلى ظاهرة طبيعية هامة من عمل الخالق الذي « سخر الشمس والقمر دائبين على رفع الماء إلى السحاب حتى إذا أقلت الثقال ساقتها الرياح إلى ميت التراب وأنزلت إلى الأرض مـــاء مباركاً فأخرجت به خيراً متداركاً متاعاً للأنام والأنعام إلى أن يعود بجريته إلى البحار والاستقرار » موضحاً بذلك ما للقمر والشمس من تأثير

---

١ — كان أبو زيد حنين بن إسحق العبادي (٨٠٩ — ٨٧٣م) ، وعلي بن العباس المجوسي (ت ٩٩٤م) وغيرهما بعدهما قد ذكرا حول ثمانية رؤوس ينبغي أن تعلم قبل قراءة كل كتاب كغرضه ومنفعته وسمته ووجهة تعليمه ومرتبته واسم الواضع وصحة وقسمة الكتاب . وقد تبع نصحهم كثير من مؤلفي هذه الحقبة انظر **كامل الصناعة الطبية** للمجوسي ، طبع بولاق ج ١ : ٩ — ١٢ ، **والخطط المقريزية**، بولاق ج ١: ٣ ؛ **والمسائل في الطب للمتعلمين** لحنين بن إسحق العبادي ، تحقيق محمد أبو ريان ومرسي عرب وجلال موسى ، دار الجامعة المصرية ، ١٩٧٨ .

في تبخر المياه وتكون السحب وتراكمها في الجو ثم نزول الأمطار واستقبالها مما يؤول إلى ارتواء الأرض المتلهفة العطشى وإعطائها الخصب والحياة فتزهر البرية وتبتهج وتسقى الأرض وتكتسي المراعي فيفرح قلب الإنسان بجود النبات والحيوان فيعود النمو والازدهار للبرية بأسرها ثم تعود زيادة المــاء مرة أخرى إلى البحار والأنهار من حيث جاءت أولاً وهلم دواليك . « ويعلم (الله) مايلج في الأرض وما يخرج منها وما ينزل من السماء وما يعرج فيها » وفي ذلك إشارة إلى مافي باطن الأرض من خير وكنوز من أحجار كريمة ومعادن تخرج بالكشف والحرث والتعدين والزرع وما تهبه السماء من ريح وشمس ومطر ومن جاذبية وإشعاع ودفء لازدهار المسكونة وظهورها في حالة جديدة قشيبة فنرى أنه حتى في هذه الافتتاحية المقتضبة حقاً إشارة واضحة إلى الجواهر والفلزات المخزونة والمدخرة في باطن الأرض رهينة الكشف لنفع الإنسان[1] .

ويستغرب القارئ أن يرى مصادر هذا الكتاب قليلة جداً ومحصورة لأن المؤلف يذكر اسم كاتبين فقط نقل عنهما إذ يقول : « ولم يقع إلي من هذا الفن غير كتاب أبي يوسف يعقوب بن إسحق الكندي في **الجواهر والأشباه** وقد افترع فيها عذرته وأظهر ذروته كاختراع البدائع في كل ماوصلت يده من سائر الفنون فهو إمام المجتهدين وأسوة الباقين[2] . ثم مقالة لنصر بن يعقوب الدينوري الكاتب عملها بالفارسية لمن لم يهتد

١ – **كتاب الجماهر** ، انظر طبعة ١٩٣٦م ، ص٢ ، وأيضاً ايلهارد فيدمان ، حول حركات الشمس والقمر ، **مجلة الإسلام** ، ج٤ (١٩١٣) ص٥ – ١٣ ، وفاضل الطائي ، «مع البيروني في كتابه **الجماهر في معرفة الجواهر** ، **مجلة المجمع العلمي العراقي** ، ج ٢٤ – ٢٥ (١٩٧٤م) ص ٥٢ – ٥٨ ، ومحمد جمال قندي وإمام إبراهيم أحمد ، **البيروني** ، دار الكاتب العربي ، ١٩٦٨

٢ – لقد استفاد البيروني مما كتبه فيلسوف العرب يعقوب بن إسحق بن الصباح الكندي (ت حوالي سنة ٨٧١م في العاصمة العباسية) حول خواص الجواهر ونعوت الأحجار ووصفها ولكنني شخصياً لم أجد أية نسخ مخطوطة بعد التأكد والتعريف بالكندي وأعماله في هذا الباب ، انظر **الكندي فيلسوف العرب الأول** لمحمد كاظم الطريحي ، بغداد ، مكتبة المعارف ، ١٩٦٢م ، وفؤاد سيد ، **فهرس المخطوطات المصورة** ، القاهرة ، معهد المخطوطات العربية ، ١٩٦٣ م ، ص ٢ – ٣ ، والأب ج . مكارثي ، **التصانيف المنسوبة إلى فيلسوف العرب** ، بغداد ، ١٩٦٣ ،

See also S. Hamarneh, «Al-Kindī, a ninth-century philosopher, physician and scholar,» *Medical History*, 9 (1965), pp. 328–342; Fuat Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, vol. 3, Leiden, Brill, 1970, pp. 244–47; and J. Jolivet, and R. Rashed, «Al-Kindī.» *D. S. B. Supplement*, vol. 15 (1978), pp. 261–67.

ويذكر ابن النديم في **الفهرست** (طبعة القاهرة ، ١٩٢٩م) ص ٣٧١ – ٧٩ رسالتين للكندي في أنواع الجواهر الثمينة وفي أنواع الحجارة المعدنية (الفلزات) .

لغيرها وهو تابع للكندي في أكثرها وسأجتهد في أن لايشذ عني شيء ممـــا في مقالتيهما مع مسموع لي من غيرهما ». فالبيروني إذاً يشير إلى أنه استفاد كثيراً من كتاب الكندي المذكور أعلاه أولاً ، وقليلاً من مقالة الدينوري بالإضافة إلى ماكان قد سمعه وخبره البيروني نفسه من متعاطي مهنة العمل والاحتراف والتجارة في الجواهر وأشباهها مع أنه يشك في ثقتهم وينتقد ساخراً من نزاهتهم وصدق نيتهم فيما يعملون ويقولون ، « وإن كانت طبقة الجوهريين في أخبارهم المتداولة بينهم غير بعيدة عن طبقة القناص والبأزياريين (صيادي الجوارح وأنواع الطير) في أكاذيبهم وكبائرهم التي لو انفطرت السموات والأرض لشيء غير أمر الله لكانته . ولنا ببطليموس أسوة في تألمه من تخريصات التجار الذين لم يكن يجد بداً من الاستماع منهم لتصحيح أطوال البلاد وعروضها من أخبارهم بالمسافات والعلامات » .

لذلك لابد أن البيروني قد اعتمد في الكثير من المعلومات التي قدمها في كتابه حول الجواهر على مشاهداته الشخصية وتجاربه واختباراته وتقييم الأمور التي سمعها ونقلها حسب مارآه فتكون أكثر قبولاً وواقعية ونقدر أن نتحقق صدق هذا من الأفكار الأصلية الهامة النيرة والصبر والنظريات التي احتواها كتابه هذا[1] .

فصل ١ : يقدم لنا هنا البيروني بحثاً ذا أهمية قصوى في تاريخ طريقة نمو النبات والحيوان وتطور هذه الطريقة وما تتميز به كل من هاتين المملكتين الطبيعيتين وكيف بذلك أزاح لنا الله الغطاء لمعرفة « علل جميع المخلوقات بكنه حاجاتها وبقدر ، لا إسراف فيه ولا تقتير ، وجعل النمو الذي هو زيادة في جميع أقطار القابلي له طارئة عليه ومستحيلة إليه سبباً هو الاغتذاء وصير النبات مكتفياً بالقليل من الغذاء ماسكاً له ، لاينهضم بسرعة ، فاقتنع وثبت مكانه يأتيه رزقه من كل مكان فيجذبه بعروق دقاق في دقة الماء سارياً إلى جرثومته » . فالغذاء يأتي إلى النبات وهو في مكانه ثابت فتجتذبه الجذور الممتدة في عمق الأرض وتهضمه ثم كيفية تغذي النبات بمرور النسغ ببطء من الجذور صاعداً إلى فوق

١ – البيروني ، **في الجواهر** ، طبعة ١٩٣٦م ص ٣١ – ٣٢ ، ٤٠٩ ونسخة هارفارد ص ٤٤ – ٤٦ ، وإننا نجد في الواقع اقتباسات وإشارات إلى كتب ومؤلفين أخر كارسطوطاليس وجالينوس وجابر بن حيان والرازي وأحمد بن علي وابن الحسن الترنجي و**المسالك** للجيهاني و**الممالك والمسالك** المسعودي و**منافع الأحجار** لعطارد بن محمد و**الموازنة** لأبي القاسم الآمدي و**النبات** لأبي حنيفة الدينوري وأسفار مختلفة من التوراة تبحث في هذا المجال .

من خلال الجذع والأغصان فإلى أجزائه العالية مقدّما نظرية طريفة هامة إذ فيها يبين بوضوح فيقول : « وترفع سخونة الجو بالشمس من أغصانه رطوباته » الأمر الذي من أجله يحدث فراغ والذي لابد من ملئه « فينجذب ماحصل (من الجذور) في الأسافل إلى أعالي أفنانه وينمو به » . وغاية هذا التطور والنمو ليبلغ ذروته لاستمرار الجنس « ثم يجري إلى ماخلق له بالإيراق والإزهار والإثمار » .(١)

وبعد ذلك يشير البيروني إلى الفارق الواقع بين طريقة نمو النباتات وبين كيفية تغذي الحيوان وسرعة الانهضام وأهميته ، وضرورة تنقل الحيوان بآلات الحركة لطلبه واحتياجه « إلى القضم والخضم » وللتقوت من هنا وهناك . من أجل ذلك أُعطي الحيوان بالطبيعة موهبة الحواس الخمسة ليميز بها بين مايضر وما ينفع وبين الممكن وغير الممكن معبراً عنها في النقاط التالية :

١ — « من بصر يدرك به المرغوب فيه من بعيد فيسرع إلى اقتنائه والمرهوب حتى يهرب منه ويستعد لاجتنابه واتقائه » .

٢ — « ومن سمع يدرك به الأصوات من حيث لايدركها البصر فيتأهب لها » .

٣ — « ومن شمّ يدل عليها من خواص فيها » فيقتفيها أو يتقيها .

٤ — ومن ذوق يظهر له به الموافق من الغذاء وغير الموافق منه فينجو بذلك مما هو سام ويبتعد عما هو تافه أو غير مستحب .

٥ — وأخيراً من لمس يميز به بين الحار والبارد والرطب واليابس والصلب واللدن والخشن واللين « فينتظم بها في الدنيا معاشه ويدوم انتعاشه ، » وهي ميزة للحيوان فوق

---

١٤ — البيروني قدم آراء أصيلة في العلوم الطبيعية ونظارات صائبة في مظاهر وطبائع الممالك الطبيعية الثلاثة كما نجد هنا في نظريته في تغذي النبات وصعود النسغ من جذوره إلى بقية أجزائه العالية . يان ولكزنسكي في استنتاجاته حول نظريات البيروني في انتخاب الأنواع وفكرة التطور :

Jan Z. Wilczynski,« On the presumed Darwinism of Alberuni, eight hundred years before Darwinism» ***Isis*****, 50 (1959), pp. 459-466.**

يعتبر البيروني بأنها أفكار عابرة غير مقصودة ، مع أن هذا المفكر المسلم العبقري حاول أن يضع أعظم آرائه أصالة وجدية بهذا الأسلوب ، كما نجد في مقدمته لكتاب **الجواهر** وذلك حتى لايثير ضجة حوله ممن لايقيمون وزناً للتفكير الحر والذين يحاربون التجديد والأصالة في البحث العلمي والملاحظات الشخصية المتحررة . وهنا مثلاً نجد تعليقاً هاماً بالنسبة لتاريخ علم النبات يثبت مقدرة البيروني في العلوم الطبيعية . انظر في **تحقيق معالم الهند** ، حيدر آباد ، العثمانية ، المجلدان ١٩٥٧ — ١٩٥٨م وتحقيق ادورد ساخو، لندن، ١٨٨٥م (وطبع ١٩١٠م) ، ج١ : ص ٤٠٠ بالإنكليزية (ص ٢٠٠ النص العربي) .

النبات ، أحسن المؤلف توضيحها وتبيانها بدقة وحذاقة وصدق[1] .

ترويحة ١ : يتابع البيروني في الترويحة الأولى حديثه عن الحواس التي تنفعل بمحسوساتها أعضاء البدن الحيواني وأفعاله وقواه فيعطينا أفكاراً أخرى هامة وأصيلة بالاستمرار في تعريف الحواس وكيفية أدائها أفعالها بالنسبة لعلمي التشريح ووظائف الأعضاء فيضيف قائــلاً :

« فالبصر محسوسه النور الحامل في الهواء ألوان الأجسام خاصة وإن حمل أيضاً غيرها من الأشكال والهيئات حتى يعرف بها كمية المعدودات (والمرئيات إلى الشبكية فالعصب البصري فإلى الدماغ للحصول على الرؤية الكاملة) .

وأما السمع فمحسوسه الأصوات ، والهواء حاملها إليه، والشمّ محسوسه الروائح ، والهواء يوصل حواملها إلى الخياشيم إذا انفصلت من المشموم كانفصال البخار من الماء باختلاط أجزائه المتبددة في الهواء .

والذوق محسوسه الطعوم والرطوبة تحملها وتوصلها إلى الذائق وتولجها في خلله . فإن آلاته من اللسان والحنك واللهوات متى كانت يابسة لم تحس بشيء من الطعوم وهذه الحواس الأربع متفرقة في البدن مختصة بأماكن لها لاتعدوها » .[2] ونستطيع في عصرنا الحاضر أن نشير لتلك الأماكن المعينة التي هي المراكز الأساسية لهذه الحواس في الدماغ وخلافــه .

---

١ – يعطينا البيروني تحليلا علمياً لأحوال الحواس الخمس ووظائفها ونفعها للجسم ككل وقد تكلم في ذلك علماء الإغريق مثل ثيوفراستس وكتب عنه الكثيرون في العصر العربي الإسلامي كالمجوسي الآنف الذكر وغيره ، انظر عبد اللطيف موفق الدين البغدادي ، **مقالتان في الحواس ومسائل طبيعية** دراسة وتحقيق بقلم بول غليونجي وسعيد عبده ، الكويت ، وزارة الإعلام ، ١٩٧٢م في ٢٠٥ ص .

٢ – يوضح البيروني كمعاصره ابن الهيثم أن البصر يحدث بضوء ترسله الأجسام في الهواء إلى العين فترى الأشكال والهيئات وكيف أن الهواء أيضاً يحمل الأصوات إلى الآذان وأن الهواء يحمل كذلك حوامل الروائح ويوصلها إلى الأنف حيث تنفصل مثل انفصال البخار عن الماء الغالي . وما أصدق قوله إن الرطوبة من لعاب الفم هي التي توصل طعم ما نأكل أو نشرب لحاسة الذوق من مسام في فجوات الفم واللسان واللهاة وإنه بدون هذه الرطوبة لاتحس الطعوم . وجدير بالذكر أن المؤلف يشير إلى مراكز لهذه الحواس وإن تفرقت مواضعها في البدن ويستنتج أنه كان يشير إلى مراكز في الدماغ لبعض الحواس كالبصر والسمع . انظر عبد اللطيف البغدادي ، **مقالتان في الحواس** ، تحقيق غليونجي ، ١٩٧٢م ، ص ٧٧ – ٨٨ .

والبيروني من ثم يتطرق إلى الحاسة الخامسة والأخيرة والتي تتميز عن الأربع السابقة فيقول : « وأما خامسها ألا وهي حاسة اللمس فإنها بعكس الأربع الأخرى عمت جميع البدن في أعضائه وفي آلات سائر حواسه ولم تنفرد بها دونها . وأول مانلاقي من ذلك محسوساته بواسطة الكيفيات التي هي في ظاهر البدن ولهذا كان الجلد بحس اللمس أولى وإليه أسبق ثم ماوراءه أولاً فأولا وطبقة طبقة بحسب اللـين واللطف إلى أن يبلغ الأغلظ الأكثف من دعائم البدن فيزول به حس اللمس عند العظام» . فواضح برأي المؤلف إذاً أن حاسة اللمس أقوى ماتكون في سطح الجلد ثم بعد ذلك تضعف تدريجياً اتجاهاً إلى العمق حتى وصول العظام حيث حاسة اللمس تكاد تكون معدومة[1] .

ترويحة ٢ : ينتقل البيروني هنا للحديث حول تفوق العنصر البشري على سائر المخلوقات لأن الله منحه شيئاً آخر بالإضافة إلى الحواس الحيوانية الخمس وهي « بمـا شرف به من قوة العقل » الذي تسلط به على المخلوقات وقدر على سياسة الأرض وتعميرها وتفهم أسرار الكون وتدبيره (أو لم يروا أنا خلقنا لهم مما عملت أيدينا أنعاماً فهم لها مالكون وذللناها لهم فمنها ركوبهم ومنها يأكلون ولهم فيها منافع ومشارب أفلا يشكرون) سورة يس ٧٠ — ٧٢ .

ولولا هذا الإحسان الإلهي لمـا استطاع الإنسان مقاومة الحيوانات وهو بالنسبة لها في القوة الجسمانية أضعف من الكثير منها ولايملك ماتملكه «من آلات الدفاع والنزاع» . والبيروني هنا أيضاً يقتبس ماجاء في سورة الزخرف : ١٢ (سبحان الذي سخر لنا هذا وما كنا له مقرنين) . فنعمة العقل والتمييز للتسلط على سائر المخلوقات ماهي إلا إكرام سماوي والتي يأمل المرء من خلالها خير الجزاء بعد المنية . ويضيف المؤلف قوله : « إذ الرغائب بالمتاعب ونيل البر بالإنفاق من الحبائب » إذ لابد من « احتمال قرص النحل حتى يجتنى العسل » وليكن العطاء مما يختزنه الإنسان لعمل الخير والإحسان للآخرين أجراً واحتسابا .

ويضيف المؤلف وهنا أيضاً حول أهمية ذكر حاستي السمع والبصر حيث « جعلتا لهما مراقي من المحسوسات إلى المعقولات . أما البصر فللاعتبار بما يشاهد آثار الحكمة

١ — **في الجواهر** طبعة ١٩٣٦م ص ٤ ، يؤكد البيروني بأن العظام (وليس الطعام كما في النص خطأ) لاحس لها في حين يوجد حس في الأسنان بسبب وجود عروق دموية فيها وأن الجلد أكثر الأعضاء حساً وتعرضاً للإحساس . أبو بكر الرازي، **الحاوي**، مطبعة العثمانية ، حيدر آباد — الهند ، (١٩٥٥م) ص ٣ — ٤ .

في المخلوقات والاستدلال على (عظمة) الصانع من المصنوعات » ويستشهد بسورة فصلت : ٥٢ (سنريهم آياتنا في الآفاق وفي أنفسهم حتى يتبيّن لهم أنه الحق)[1] . هذا مايختص في أمر البصر « وأما السمع فليسمع به كلام الله بأوامره ونواهيه ويعتصم فيها بحبله فيصل إلى جواره » ويستشهد بقول أعشى بني أبي ربيعة إذ يقول :

كأنّ فـؤادي بـين جنبي عـالم بما أبصرت عيني وما سمعت أذني[2]

فالبيروني إذاً يؤكد بأن هناك مصدراً أكيداً للحصول على العلم ألا وهو هاتان الحاستان ، البصر والسمع ويضيف إليهما الفؤاد (وليس الدماغ) مشيراً إلى آية من سورة الإسراء : ١٠٤ (إن السمع والبصر والفؤاد كل أولئك كان عنه مسؤولا) . موضحاً بأنه من فضلة القلب يتكلم اللسان مقتبساً قول أبي تمـام :

ومـما قالـت الحكـماء طـرا لسان المـرء مـن خـدم الفؤاد[3]

لأن السمع والبصر حسب رأي البيروني وبأسلوبه البليغ الرفيع يعتبرهما « آلتا الرقيب » بهما يكتشف المرء نفسه وبيئته ويرى ماهو خفي عنه غير ظاهر له ولايعرف أبداً حق قدرهما إلا عند فقدهما لكل مايخصهما في الحياة من متعة وسلوى وجمال وأنس .

أما الحواس الأخرى فإنها برأي المؤلف أليق بالبدن منها بالنفس من مذاق وتحسس واستنشاق ماحولها . وهي أقرب إلى الحيوانية الجسدية منها إلى الإنسانية الفضلى بالرغم

١ – يقتبس المؤلف أيات من القرآن الكريم حول إدراك عظمة الخالق من مصنوعاته،وهذا يتفق مع **سفر المزامير** في الآية ١٩ : ١ « السموات تحدث بمجد الله والفلك يخبر بعمل يديه» وكذا **وسالة رومية** ١ : ٢ « لان امور الله غير المنظورة ترى منذ خلق العالم مدركة بالمصنوعات قدرته السرمدية ولاهوته » انظر كال اليازجي **معالم الفكر العربي في العصر الوسيط** ، طبعة رابعة منقحة ، بيروت، ١٩٦٦ ص ، ٣٢٢ – ٣٣٠ .

٢ – أعشى بني أبي ربيعة بن خارجة أبو المغيرة وينتمي إلى قبيلة بني شيبان كان معاصراً لأعشى تغلب وتوفي في عام ١٠٠ هـ / ٧١٨ م ، انظر لويس شيخو **شعراء النصرانية** ، طبعة ثانية ، ج ٢ ، بيروت ، دار المشرق ، ١٩٦٧ م ، ص ١٢٩ – ١٣٥ ، وفؤاد سزكين ، **تاريخ المخطوطات العربية** ، ج٢ ، ١٩٧٥م، ص ٣٣٠ (بالألمانية) .

٣ – أبو تمام هو حبيب بن أوس بن الحرث بن قيس الطائي (١٧٠ – ٢٢٨ هـ / ٧٨٨ – ٨٤٥ م) شاعر عباسي سوري الأصل عاش بدمشق وحمص وبغداد والقاهرة وفارس وكان قوي الحافظة بديع الأسلوب طبع ديوانه في بيروت والقاهرة أكثر من مرة مثلا ، المطبعة الأدبية ، بيروت (١٨٨٩) وكذلك ديوان الحماسة له . انظر سزكين ، ٢ : ٥٥١ – ٥٥٨ ، وشيخو ، ٢ : ٢٥٦ – ٢٦٠ ، ويوسف إليان سركيس ، **معجم المطبوعات العربية والمعربة** ، القاهرة ، ج ١ : ٢٩٦ – ٧ .

من أنها مبدئياً تتطور وترقى وتتهذب من منطلق أوضاع الإنسان الفكرية وأحلامه وتفاعله واستنباطاته حتى تبلغ بهذه المشاعر والأحاسيس إلى أقصى غايتها البشرية النافعة[1] .

تروبحة ٣ : هنا يتكلم البيروني عن الاستئناس كنتيجة إلى التجانس مقتبساً المثل القائل « إن الشكل إلى الشكل ينزع والطير مع ألافها تقع » أو كالقول الشائع في يومنا هذا « إن الطيور على أشكالها تقع » . والمؤلف مثلاً يشبه كيف أن الأخرس ينجذب ويستأنس بالأخرس نظيره يخاطبه بالإشارات التي يفهمها كل منهما أو بالإيماء بالأعضاء مقتبساً سورة الروم : ٢٠ (ومن آياته أن خلق لكم من أنفسكم أزواجاً لتسكنوا إليها وجعل بينكم مودة ورحمة) ومن هنا يستدل على إمكانية ودواعي التقارب بين الناس للتعارف والتآخي من جهة واحدة والسعي في طلب الأمان من الشر والخطر والتفرق والدمار من جهة أخرى حتى يتضاعف الأنس ويزول النفار بين الشعوب ويعتبر المؤلف أن فضيلة الاستئناس هذا إن هي إلا أسباب تدفع بالناس إلى التعاون والتقارب الواحد من الآخر والاجتماع لتأسيس القرى ونشوء المدن والدساكر وتطورها[2] .

تروبحة ٤ : ومع كون الإنسان اجتماعياً بطبعه إلا أن المؤلف هنا يعالج أمور الناس بالنسبة لبنية أبدانهم وجبلتهم الجسمانية وماتركب منه من أمشاج وأخلاط متضادة وشهوات متعارضة وأمزجة مختلفة فتتباين نتيجة لذلك أخلاقهم وطبائعهم وأهوائهم حتى أن يقهر أحدهم الآخر ويظلمه ويغمط حقه فينتج عن ذلك أن الشخص المظلوم يصبح دائم النزوح لإزالة القهر عنه فينشأ عنده حب الافتراق والابتعاد طالباً للهجرة إلى أوطان أخرى وحتى مع هذا نجده في غربته عرضة للأخطار الخارجية ومداهمة البلايا والمحن أضف إلى ذلك ضعفه وعجزه مما يجعل المرء دوماً في حالة القلق وفي حاجة للعون والإسعاف والأمان ومن هنا جاءت رغبته الملحة والأكيدة ينشد حياة الوئام والتمدن والسعي للتجمع في القرى والمدن العامرة ليقرب من أخيه الإنسان ويستقر .

---

١ - تدل هذه المناقشات على إنسانية البيروني وسمو نفسه ، فحواس الشم والذوق واللمس برأيه تخدم نمو الجسد ولذاته ورغائبه لذا بالإمكان السمو بها إلى درجات عالية ومثالية بواسطة ضبط النفس وقمع رغبات الجسد وبالتفكير بالأمور الجليلة الطاهرة والعيشة النقية ، وكان أبو بكر الرازي في كتابه **الطب الروحاني** ينزع هذه النزعة ذاتها ،حقق الكتاب وله ترجمة بالإنكليزية أيضاً عام ١٩٥٠ م .

٢ - يرى البيروني ميل الإنسان لإنشاء مجتمع كأمر طبيعي تمليه الغريزة والحاجة للأمن وتوفير أسباب العيش المختلفة،ومن قبل تكلم ابن خلدون في مقدمته عن العمران والنظم الاجتماعية والاقتصاد .

وفي تجمع الناس ضمن المدن نجد أنهم لو تساووا بالاختبار والهمم ، حسب رأي المؤلف ، لضاعت عليهم منافع كثيرة وأدى تساويهم في نهاية الأمر إلى هلاكهم جميعاً . فلا بد إذاً من اختلاف المقاصد والإرادات والمواهب والكفاءات وبذلك تتعدد أنواع الحرف والصناعات وتزداد المآرب وتتعقد الخدمات ويصير الإنسان في حاجة لأخيه الإنسان على المستويات والكفاءات أو أن ذلك يؤول به لطلب واستخدام لمقايضة أو مقابل سلعة أو أجرة يتفق عليها ويتقاضاها الواحد من الآخر إما لحاجته الضرورية أو لاستغنائه عنه كأن تقدم سكة معينة أو أثمان عامة وعملة تقدر بدل خدمات معينة، « فاختاروا لها ماراق منظره ورواؤه وعز وجوده وطال بقاؤه ، » من أنواع العملات والمسكوكات والمعادن وحتى الجواهر الثمينة التي كثر انتشارها وازداد وتأيد تداولها بين الناس في المبايعات ولأن استخدامها يصبح سبباً لبقائها وندرتها وعظم قيمتها . ومن أجل ذلك نرى أن المؤلف يبحث في فلسفة قيام العملات والسكة بأنواعها وتاريخها وما آل إليه الأمر من انقياد الناس لتعظيمها وتقييمها « بالتوحيد والتصغير بالتجزئة والتبديد والتختم بالتنقيش والتصوير متردداً بين صنوف الهيئات والصور مع ثبات هيولاه ومادته » من نفيس الجواهر والعملات وما إليها[1] .

إن هذه الجواهر المتداولة بين الناس والمخزونة في باطن الأرض وما هو مستور منها عن الأعين إن هي إلا ودائع صالحة أعدها الله تعالى مزودة بالآلات التي بها أزاح علل الخلق ومجريات الكون وتقييم آثارها وقد هدى الإنسان بالعقل المنبه إلى الآيات الكريمة بواسطة الرسل والأنبياء المرشدين إلى صلاح العقبى وقد وكل الأمر في الورى للملوك خلفائهم ليعملوا على نشر العدل وإعلاء الحق لما هو في صالح الناس جميعاً ورأفة

---

١ – لقد عالج البيروني تاريخ استعمال النقود والمسكوكات وصناعة الاختام وأسباب انتشارها وأوزانها وأشكالها وندرة الأحجار الكريمة والمقايضة بها وأثمانها معادن الذهب والسكة في الإسلام والمعاملات التجارية . ثم إن الدكتور محمد يحيى الهاشمي في « نظريات الاقتصاد عند البيروني » في **مجلة المجمع العلمي العربي** ، دمشق ، مطبعة ابن زيدون ، ١٩٣٧ م ، ج ١٥ ، ص ٤٥٦ – ٤٦٥ ، وفي مجلد **العالم أبو ريحان البيروني** ، أسبوع العلم الرابع عشر ، دمشق ، مطبعة الجامعة ، ١٩٧٤ م ، ص ١٨١ – ١٨٩ ، يعتبر البيروني رائداً في علم الاقتصاد وإن «الأزمات مهما تراءت لنا بمظهر مادي هي في الحقيقة أزمة روحية » انظر **السكة في الإسلام** لعبد الرحمن محمد ، القاهرة ، مطبعة المكتبة المصرية ، ١٩٥٧ م ، وأيضاً **صبح الأعشى** ، لأبي العباس أحمد القلقشندي ، القاهرة، ٣ :٤٣٦ – ٤١ ، ٤٦١ – ٦٣ وقد اكتشف هذه النظرية الاقتصادية في مقدمة البيروني في شرحها .

M. J. Haschmi, *Die Quellen des Steinbuches des Beruni*, an inaugural dissertation (Ph. D.), Bonn University, 1935, pp. 42–59.

بهم وإحسانا إليهم ومنفعة لهم قد سبق مخبأ لهم قبل خلقه إياهم جميعاً الموزونات في أرحام الأرضين تحت الرواسي الشامخات للانتفاع بها في الاجتلاب والدفاع الصيانة والاعتدال كما جاء في سورة الحجر : ١٨ (والأرض مددناها وألقينا فيها رواسي وأنبتنا فيها من كل شيء موزون)(١) .

ويعتقد البيروني أن الترتيب الإلهي قدَّر بأن تكون مصالح الناس ومعاملاتهم التجارية الاقتصادية والخدمات التي يقوم بها أحدهم تجاه الآخر يجب أن تكون على حساب التقييد والمعاملة بالفضة والذهب وتقدير قيمها نقدياً ومعنوياً وعلى مقتضاه إذ هو أيضاً هدى الإنسان لاستخراجها من معادنها التي اختزنت في أعماق الأرض ألوف السنين وقد منح هؤلاء الملوك الخلفاء السلطة والرياسة ووكل لهم السياسة والأمر والنهي لاستخراج هذه المعادن الثمينة وليصنعوا منها العملة والنقود ويحفظوها من تمويه الخونة الخادعين وتزييفهم أولئك الذين يروجون أشباه الفضة والذهب المغايرة لهما في الجودة والنقاء والدقة ويهذبونهما عن الأدناس والغش وذلك بالسبّاك الأصيل والطبع في السكة المضمونة لإحقاق الحق وإزهاق الباطل وتأمين مصالح العباد وللحيلولة دون ترويج ماهو مغشوش مزيف من معدنهما ، « وهذا وأمثاله هو المحوج لولي الرياسة إلى مراعاة شروط السياسة ليستحقوا اسم الخلافة في الخلق وسمة الظل في الأرض عند التقبل بأفعاله سبحانه في التعديل بين الرفيع والوضيع والتسوية بين الشريف والضعيف من خلائقه ووفق الله للخير كل مستوثق به » .(٢)

ترويحة ٥ : يتابع البيروني في حديثه هنا حول أهمية الذهب والفضة في اقتصاد

١ – اعتبر البيروني التطور ونظرية النمو ضمن إطار إيمانه بالله كخالق العالمين ورأى أن كل ماخلقه الله كان حسناً وكاملاً ومع تمجيده لقوة العقل والمنطق إلا أنه كمؤمن رأى أن أهمية العقل أولا هي في فهم كلمة الحق والإصغاء لقول الأنبياء والمرسلين ، ويقي أميناً في اعتقاده بشرعية الحكم للخلفاء العباسين مدافعاً عن كيانهم ضد المقاومين والفاتنين عليهم معترفاً بولائه لهم حتى الرمق الأخير من حياته ، فهم الأصل ولهم الاختيار والشرع ليجروا عدلا كأمراء المؤمنين وقد منحهم الله حتى الكنوز في باطن الأرض وتحت الجبال الثوابت ومن كل بمقدار وبكل حكمة وفطنة . انظر جرجي زيدان ، **تاريخ التمدن الإسلامي** ، القاهرة، ج١ : ص ١٤٠ – ١٤٦ .

٢ – كما كانت الأدوية والعطور والأطايب تغش بما هو دون من مفردات الطب كذلك كانت الجواهر تغش بالنحاس وغيره . انظر أحمد القلقشندي، **صبح الأعشى** ، ج٢ ٩٧ – ١١٨ : وحول المعاملات بالسكة انظر مقالة صالح الحمارنة ، « العملة العربية الإسلامية في بلاد شمال وشرقي أوروبا ودلالتها في العلاقات التجارية » ، **دراسات** (عمان ، الجامعة الأردنية) ، ج٢ (أيار ١٩٧٥م) ص ٣٩ – ٥٧ .

الشعوب واتجاهاتها السياسية وحياتها الاجتماعية وما يتبع ذلك من أمر الجشع البشري وتكالب الناس على المادية لتعلقهم بهذبها فيقول ، « لما سهل الله على الناس تكاليف الحياة وتصاريف المعاش بالصفراء والبيضاء (يعني الذهب والفضة) انطوت الأفئدة على حبهما ومالت القلوب إليهما كميلهما في الأيدي من يد واحدة إلى أخرى واشتداد الحرص والشح على ادخارهما والطمع والاستكثار منهما وجل محلهما من الشرف والأبّهة وضعاً لاطبعاً واصطلاحاً فيما بين الناس لاشرعاً بل اتفاقاً لأنهما ماهما إلا حجران لايشبعان بذاتهما من جوع ولايرويان من صدى ولايدفعان بأساً ولايقيان من أذى » ، وما أصدق هذا منذ زمن المؤلف وحتى وقتنا الحاضر أو أكثر .

ويتابع البيروني المنطق ذاته فيقول : « وكل مالم ينتفع به من غذاء يقيم الشخص ويبقي النوع ، ومن ملبوس يدفع بأس البائس ويقي أذى الحر والبرد ومن كن (مسكن) يعين على ذلك ويقبض يد الشر فليس بمحمود طبعا » . فالبيروني يؤكد الناحية العملية في المجتمع البشري فيرى أن الذهب والفضة بحد ذاتهما ليس فيهما غنى في قضاء حاجة من مأكل أو ملبس أو مأوى وإنما هما ممدوحان بالعرض وضعاً إذ بهما يمكن الحصول على سد حاجات الناس وتأمين أعوازهم لذلك هم سموا المال خيراً وكذا من يجود بالدراهم فإنه جائد بجميع الخير لأنه وإن لم يكن ذلك في طبعه فإنما يكون في ضمنه لاحتوائه على المناهج والقدرة في نيل المآرب والوصول إلى ميناء السلامة وغبطة العيش[1] .

ولإعطاء مثل من الأمثال حول هذا الموضوع مايرويه المؤلف في قالب قصصي كالآتي :

« إن قوما أرست بهم السفينة في جزيرة منعزلة عن الطرق التجارية البحرية الهامة ، فخطر على بال أحدهم إذ أراد شراء حاجة عرضت له (فانقل إنها من مأكل أو ملبس) وبمقابل ذلك فإنه دفع ديناراً (على سبيل المثال) كثمن جيد لرجل من أهل تلك الجزيرة

---

١ - يوضح البيروني أن الذهب والفضة والأعلاق النفيسة الأخرى هي هبات إلهية أعطيت لسد أعواز الناس للمتاجرة ولكن الإنسان مفطور على الطمع ومحبة المال التي هي أصل لكل الشرور فزاغ من غباوته عن الإيمان وطعن نفسه بأوجاع كثيرة ، مع ذلك يعظم الناس ويبجلون مالكها حتى تعاطيها باليد له جاذبية خاصة فكنزها الكثيرون المتعة وطلباً في تأمين عيش رغيد . أما قيمة المال الحقيقية فهي وضع لاطبع ، لم تمدح بالشرع بل اصطلح عليها في المعاملات التجارية فهي لاتروي من ظمأ ولا تدفع أذى إنما «دعي المال خيراً» لأن من يجود به يؤمن حاجات الناس الضرورية مع أن هذا ليس من طبعه ، في **الجواهر** ، طبعة ١٩٣٦م ص ٧ — ٩ ، ويحيى الهاشمي « تظريات الاقتصاد » ص ١٨٦ — ١٨٩ .

وما كان من أمر هذا الرجل (من سكان تلك الجزيرة) أن أخذ هذا الدينار يقلبه ويشمه ويذوقه فلما لم يؤثر منه شيئاً في هذه الحواس أثر نفع أو لذة ردّه إليه إذ لم يستجز دفع ماينتفع به بما لانفع فيه » في عرفه وعادته . هكذا فإن العبرة في هذه المثال أو تلك القصة أن المقايضة الصحيحة هي التي ينتفع منها لكلا الطرفين وأن المعاملة الطبيعية المباشرة بين النظراء هي التي تتم من حيث المبدأ في إبرام الصفقات التجارية المتبادلة والتي تصبح حقيقة وأسساً ومنبعاً لنظام المعيشة ولمداولاته بين الناس في الحضارات الإنسانية وبين الشعوب الراقية المتحضّرة والتي يمكن الاستفادة منها في النظم والخدمات الإدارية العصرية[1] .

أما المعاملة الوضعية المحلية فقد جاءت على الأعم حسبما ورد ذكره من الشعوب المتمدنة الماضية والأمم المعاصرة ، في أمر ماتسمى بالفلزات (وهي كلمة تطلق على جواهر الأرض كلها من معدن وحجارة كريمة) وتعريفها وأهميتها واصطلاحاتها واستعمالاتها . وبسبب انتشارها وشيوعها فقد كانت ومازالت تزدان وتزدهي في أعين البشر حتى شَغَفَتْ بها الأفئدة وصارت متعارفة بين غني أو فقير متداولة بين ذوي الجاه والمتواضعي السمعة ليس من أجل قيمة حقيقية بها ذاتها وإنما بمـــا هو متعارف به مصطلح عليه حتى صارت مرغوبا فيها لدى الجميع ويحلو لهم امتلاكها . وقد أبان القرآن الكريم كيف أنه قد زين للناس صلاح المعيشة بالنساء وقرة العين بالأولاد وقوة القلب وبهجته وميوله باحتكار الأموال وكنز قناطير الذهب والفضة غريزة عزيزة لديهم[2] .

إنه حقا من سخرية القدر ليس في عصر البيروني فحسب بل وحتى في زماننا الحاضر الواقعي أن نرى وجود طبقتين من الناس هما الصعالكة ورجال السلطنة شغلهما الشاغل كمأرب رئيسي في الحياة إنما هو تكديس الأموال بأي شكل ثم إن ظروفهما الخاصة كما يبدو تقودهما إلى مثل هذا التصرف الشاذ وكل من هاتين الطبقتين قد أساء استعمال مالديه

---

١ – لويس معلوف ، **المنجد في اللغة** ، طبعة ١٥ بيروت ، المطبعة الكاثوليكية ، ١٩٥٦م ص ٦٢٥، وانظر علي أحمد الشحات ، **أبو الريحان البيروني** ، القاهرة ، دار المعارف ، ١٩٦٨م ص ١٣٥ – ١٤٥ .

٢ – لقد اقتبس المؤلف الآيات التالية : **سورة الحديد** : ١٩ (اعلموا إنما الحياة الدنيا لعب ولهو وزينة وتفاخر بينكم وتكاثر في الأموال والأولاد كمثل غيث أعجب الكفار نباته ثم يهيج فتراه مصفراً ثم يكون حطاماً وفي الآخرة عذاب شديد ومغفرة من الله ورضوان وما الحياة الدنيا إلا متاع الغرور) ، **ومن سورة آل عمران** : ١٣ (زين للناس حب الشهوات من النساء والبنين والقناطير المقنطرة من الذهب والفضة والخيل المسومة والأنعام والحرث ذلك متاع الحياة الدنيا والله عنده حسن المآب) وللتفسير اعتمدنا كتاب الشيخ حسين محمد مخلوف ، **كلمات القرآن تفسير وبيان** ، القاهرة ، البابي الحلبي ، ١٣٩٠ ﻫ / ١٩٧٠ م .

من الثراء من ذهب وفضة وذلك بكنزهما بدلا من إنفاقهما ليتسنى تداولهما في أيدي الناس ويتحقق من أجل النفع الأعم والأفضل . ويخيل إلي بان كنز الأموال وحبسها هكذا مسألة تدعو للاستهجان وأمر مخالف لتقصد الله تعالى الذي من فضل نعمته وحسن مشيئته سمح باكتشافها واستعمالها وابدال أثمانها لمصالح عباده وخيرهم وقضاء حاجاتهم في المعاملات التجارية المشروعة[1] .

وبطريقة فلسفية مفحمة يوضح البيروني كيف أن الله خالق الجواهر والمعادن النفيسة وبحكمته قد خزنها في باطن الأرض أجيالاً طويلة وأتاح للناس اكتشافها واستخراجها وإعدادها تسهيلاً للمعاملة والمداولة بين جميع الناس وفي كل مرافق الحياة . فأمر اكتنازها إذاً إنما هو مخالف لإرادة الله ومشيئته في مقدرات الناس وغمط لمنته وإحسانه بردها إلى باطن الأرض إلى مثل حالتها الأولى التي كانت فيها قبلا وهذا أمر يتنافى مع غاياته الفضلى وحسن تدبيره في الكون في هذه النظرية الاقتصادية المبدئية والاجتماعية البناءة والتي هي في غاية الأهمية حتى في عصرنا هذا ، حتى أن البيروني يشبه كون خزن الذهب والفضة وحجزها عن التداول مثلا بمفهوم رد الأجنة إلى الأرحام التي فيها تكونت ومنها خرجت ماهي إلا رجعة عقيمة وعود يائس لانفع منه ولا بركة فيه ولاسداد .

لذلك يضيف المؤلف مفسراً بقوله إن الذهب والفضة إذا أخرجا من معادنهما الأصلية في جوف الأعماق تصبح آنذاك كالزروع المحصورة في الفلاحة والأنعام المذبوحة لمربي المواشي لايسوغ غير جنيها وأكلها وإنفاقها والاستعاضة منها حيث يهيأ المعدن بأمر ذي سلطان كما تصنع نقود العملة في السكة بعد سبكها وطبعها دراهم وسواها « عينا وورقا (لأجل) ترديده في الأيدي على حسبة تجارة أو إيتاء في حقوقه »[2] .

---

١ – في **سورة التوبة** : ٣٣ نجد أيضاً كشفاً لحالة روحية كئيبة حول أحبار اليهود ورهبان النصارى الذين كانوا يتكالبون على جمع الاموال وكنز الدراهم طامعين في عطايا الفقراء والمساكين مع أنه كان يجدر بهم الإنفاق وتقديم يد العون لهؤلاء الناس (يا أيها الذين آمنوا إن كثيراً من الأحبار والرهبان ليأكلون أموال الناس بالباطل ويصدون عن سبيل الله والذين يكنزون الذهب والفضة ولاينفقونها في سبيل الله فبشرهم بعذاب أليم) فصاروا بذلك عثرة بدل أن يكونوا بركة انظر سفر ارميا ، فصل ٢٣ : ١ – ٤ **وإنجيل متى** ، فصل ٦ : ٢٤ – ٣٥ .

٢ – العين هو الذهب المضروب للمعاملة التجارية وهو النقد المتداول بين الناس والعتيد من المال والعينة هي خيار المال في حين أن الورق (ج أوراق) هي الدراهم المضروبة انظر معلوف، **المنجد في اللغة** . وحول الصعاليك انظر **العصر الجاهلي** لشوقي ضيف ، القاهرة ، دار المعارف ، ط ٥ ، ١٩٧١ م ص ، ٣٧٥ – ٣٨٥ .

ترويحة ٦ : ينتقل المؤلف هنا للحديث في موضوع طريف ذي شقين ألا وهو التعريف بالمروءة والفتوة ومعناهما الحقيقي ضمن النظام والعرف الاجتماعيين. وهنا نقول إن المروءة تقتصر فقط في مفهومها على الرجل في نفسه وذويه وحاله فالمرء مبدئياً لايملك غير نفسه وقنيته وأملاكه لاينازعه فيها أحد فهي لذلك تدفع به لأن يظهر السعة لدى الآخرين ويخفي الضيق على نفسه ما أمكن فيصدق في ذلك القول : « المروءة الظاهرة في الثياب الطاهرة » وهي مايمكن تأويله « بأن لايعمل المرء سراً ما يستحي منه في العلن » ، وأن يكون في ذلك شعاره هو أن نفس الإنسان أقرب قريب منه وأولى ماتقدم في طلبه إنما هو للخير لها أولاً ثم ما هو دان منها وهكذا . أما الفتوة فتتعدى الحدود المرسومة في المروءة وتتخطاها إذ بها يحتمل المرء مغارم الآخرين وسائر المشاق لتأمين إراحة وإسعاد الغير فلا يضنّ بما أحل الله له وحرمه على سواه ليجود به طبعا ، فهو الفتى الذي اشتهر بعدم تمسكه بالمادة وعرف بالحلم والعفو والرزانة والاحتمال صابراً نائلا تعظيم الناس في تواضعه فرقي بذلك إلى أعلى المراتب رغم اعترافه بعدم استحقاقه نائلاً نتيجة لذلك خير الثواب . فهي إذاً « بشْرٌ مقبول ونائل مبذول وعفاف معروف وأذى مكفوف » . فالمروءة كل هذا من حسن الوفاء وكرم المحتد .

ويروي المؤلف قصة رجل كان يلبس كل يوم أحسن الثياب ويركب أفره الدواب ويسعى في تلبية حاجات الناس وشيكاً فقيل له لتعليل السبب في ذلك فأجاب بأنه قبلاً كان قد انغمس في جميع شهوات الحياة وملاذها من سكر وبطر ومنكر ولكن هذه كلها لم تشبع نفسه بل تركته تعيساً ، وأما الآن فليس أدعى لنفسه من مسرة ولا أكثر متعة وبهجة من رؤية إنسان أنعم إليه وأسعفه فشكره ممتناً عند الإخوان . من أجل هذا فهو في نشوة روحية دائمة وغبطة لاتوصف حتى أن المؤلف يسترسل في توجيه أطيب الثناء في مدح النفس العصامية التي لاتنهمك بمتاع الدنيا وملذاتها وشهواتها فتخسر الآخرة بل ينصرف نحو المنطلق الأفضل بالقناعة وكرم الأخلاق لسعادة الروح في الدنيا والآخرة[1] .

ومن وجهة أخرى يوصي المؤلف بأن يكون فضل الإنسان مرهوناً بأعماله الشخصية وليس بالافتخار بالأجداد وجاه الآباء والأقرباء السالفين وإلا « فهو الميت وهم الأحياء كما قال الشاعر :

---

١ – انظر مقالة تشنر حول الفتوة والمروءة عند البيروني، **مجلة الإسلام** ، ج ٢٤ (١٩٣٨) ص ٦٩ – ٧١ ، وفي الجواهر ، طبعة ١٩٣٦ م ص ٨ – ١٢ .

إذا المـــرء لم ينهض بنفس إلى العـــلا فليس العظـــام الباليـــات بمفخـــرِ

وربما أفرط الفتى فتجاوز » لذا ينبه المؤلف من مغبة الإفراط في إيثار الغير على النفس ببذلها « أنفة من تحمل العار أو دفعاً للظلم وحفظا لحق الجوار » ، أو في سبيل إكرام الضيف والحفاظ على الأمانة كمـــا يروي عن سيرة الشاعر الجاهلي حاتم الطائي الذي اشتهر بشجاعته وسخائه حتى قيل عنه « أجود من حاتم » (توفي سنة ٦٠٥م) وكعب بن مامة الإيادي الذي يضرب المثل في جوده لأنه في ساعة العطش الشديد سقى صاحبه مما لديه من الماء ومات عطشان فأعطيا كل ماتملك اليد من دون مقابل (فالجود بالنفس أقصى غايـــة الجود)[1] .

إذاً لايتمكن المرء من تحقيق الفتوة إلا متى نال هانئ العيش ورغيده واتساع النعمة ليقوى بذلك على مساعدة الآخرين بالكد والاجتهاد ولا ملامة على من لم تساعده الأقدار على الوفاء بالغرض ، مادام قد كرس نفسه لإيذاء العدو ونفع الصديق وإشراك غيره في رزقه مستشهداً بشعر علي بن الجهم السامي (الذي هجا المتوكل فحبسه وتوفي عام ٢٤٩هـ/٨٦٣م) : —

ولاعار إن زالت عـــن الحـــر نعمة ولكـــن عـــاراً أن يـــزول التجمـــل

ثم أنه لايرائي لغرض تافه مذموم بل يقوم بواجبه احتساباً[2] .

ترويحة ٧ : هنا يقارن البيروني بين العاقل الحكيم الذي يجد لذته في الأمور النفسانية الروحانية والمثل العليا التي يلاحظها بعين البصيرة والاعتبار وبين الجاهل الغبي المنغمس في اللذات الحسية والمنجذب إلى صنوف الزينة (بما فيها المجوهرات) وزخارف الحياة التي تستهوي الغريزة الحيوانية فترقص أضلاعه لهـــا طرباً ولكن ماهذه برأي المؤلف ،

١ — حاتم الطائي (ت حوالي سنة ٦٠٥م) أحد شعراء العرب قبيل الإسلام اشتهر بشجاعته وسخاء جوده حتى ضرب فيه المثل في الكرم وله ديوان شعر طبع أكثر من مرة ، أما كعب بن مامة الإيادي فهو الجواد الذي آثر الموت عطشا ليعطي صاحبه مالديه من ماء .

٢ — علي بن الجهم (ت ٨٦٣م) كان شاعراً عباسياً تعشق حرية الرأي والإباء . وأما الحسبة فهي الاحتساب عند الله وقبول الأجر لعمل صالح ، سورة البقرة : ٢٦٢ — ٦٣ (قول معروف ومغفرة خير من صدقة يتبعها أذى . ياأيها الذين آمنوا لاتبطلوا صدقاتكم بالمن والأذى) ولأجل التفسير انظر عبد الجليل عيسى ، المصحف الميسر ، القاهرة ، دار الفكر ، ١٣٨١هـ / ١٩٦١م مرتب حسب السور مع الشرح .

إلا لذائذ سريعاً ماتزول وتعقب بعدها الحسرة والندم وتبدل نضارة الشباب وجماله إلى حطام الانحلال وفناء القدرة وذبول القوام . « لكن هذه التذاكير لمـا كانت أعراضاً محمولة في أشخاص محدودة الأعمار بالية على تعاود الليل والنهار لم تخلد فهي من عالم الفساد والعناء فأقيم لهم بدلها من الجواهر المخزونة تحت الثرى في الأحجار المنعدة وفي المكنونة المصونة في أعماق البحار المسحورة ماكان أبقى على قرون تمضي وأحقاب تمر وتنقضي وكانت مِنّة عليهم » . من خالق الكون الذي هو عالم بما لا نعلمه وقد أودع وجعل هذه الكنوز جاهزة في حينها من صنوف الأحجار الكريمة مثل اللؤلؤ والمرجان والياقوت والزبرجد والماس وما إليها[1] .

ولولا أهمية الزينة في عداد المجوهرات والأعلاق النفيسة لمـا انفصلت مبدئياً عن الذهب والفضة فإن سبيلها كلها في عدم الفناء وعند الضرورات سبيلهما إذ برأي المؤلف لامنفعة مباشرة تجنى منها في قضاء الحاجات الضرورية المنشودة لذا وإن كانت مختلفة عن نفيس المعادن في تثمين الحوائج ومستلزمات العيش ، « فإنها كذلك مثمنة بهما وربما كانت على وجه التعويض مزيحة العلل وهي جواهر جسمانية (يعمم بهذا على الياقوت والمرجان واللؤلؤ والزبرجد وغيرها من الأحجار الكريمة) ونفاستها بما يحس الحس منها (فحاسة البصر ترى ألوانها الرائعة وجمالها البديع وتنسيقها وانعكاس الضوء عليها) فيمدح بحسب ذلك ما دامت مستبدة به (لأنه ما دامت أهواء الناظر مغرمة ومنجذبة نحو المظاهر الجسدية الخلابة والمغرية) فإذا قورنت بالجواهر النفسانية انكشفت (حقيقتها) وَذُمَّ منها ماكان يُحمد على مثال وصف أبي بكر الخوارزمي : إن رجلاً (قيل فيه) إنه درة من درر الشرف لامن درر الصدف وياقوته من يواقيت الأحرار لا من يواقيت الأحجار »[2] .

---

١ – **سورة الرحمن** : ٢٠ : ٢١ (يخرج منهما اللؤلؤ والمرجان فبأي آلاء ربكما تكذبان) **وسورة النحل** : ١٣ **وفاطر** : ١١ (وترى الفلك مواخر فيه ليبتغوا من فضله وتستخرجون منه حلية تلبسونها) **سورة الرحمن** : ٥٦ – ٥٧ أيضاً (كأنهن الياقوت والمرجان) انظر حمارنه، **فهرس الظاهرية الطب والصيدلة** ، دمشق ، مجمع اللغة العربية ، ١٩٦٩م ص ١١٠ – ١١٤ .

٢ – هو أبو بكر الخوارزمي (٣٢٥ – ٣٨٣هـ / ٩٣٥ – ٩٩٣م) كاتب وشاعر عاش في سورية وعاصر الحمدانيين لاسيما سيف الدولة ومات في نيسابور وقد طبعت رسائله أكثر من مرة في القسطنطينية، مطبعة الجوائب ، ١٢٩٧ هـ ، ونشر مكتبة الحياة ، بيروت ١٩٧٠ وكذلك كتابه **مفيد العلوم ومبيد الهموم** (دمشق ، ١٣٢٣ هـ ، منسوب إليه) . انظر **وفيات الأعيان** لابن خلكان تحقيق إحسان عباس ، بيروت دار صادر ، ج٤ (١٩٧١) ص ٤٠٠ – ٣ ويبدو أن البيروني لم ينجذب كثيراً لزينة الجواهر ورونقها ولم يحسبها صالحة للسكة والمقايضات إذ كان يرى جمالا أحرى في جواهر الأخلاق ودرر الحكمة التي انجذبت نفسه إليها .

ترويحة ٨ : هنا يقابل البيروني بين لذة الروح السامية ولذة الجسد الأرضية مقرراً أن اللذة بالحقيقة إنما هي مسألة مرهونة بلزوم ماازداد الحرص عليه إذا دام اقتناؤه له . وهذه هي حالة النفس الإنسانية التي تستمتع بحيازتها للمعرفة النافعة والتعمق والغوص في المجهول وكشف أسراره وغوامضه « إلى أن يغلبها عند طلب الراحة من تعب المساعي ويلهيها عما كانت فيه بسبب العجز عن الاستمتاع » ، بما يشتهيه من رغبات أو فيما تطلبه من الحكمة والفهم .

وأما اللذات البدنية فإنها على النقيض إذ هي معقبة للآلام وجالبة للأسقام والأحزان تنبذ وتمل إذا دامت وتودي إذا أسيء أو أفرط في استعمالها الامر الذي يؤدي بها إلى العبودية والشقاء والانحطاط عقلياً وروحياً وجسدياً مثلها كمثل الطعام الذي يحلو للجائع ثم تقل لذته بمقدار ما يؤخذ منه حتى إذا أكثر المرء منه وأتخم « أدى إلى الغثيان والتهوع والقذف » . فأطايب الدنيا كلها خبائث ومحاسنها قبائح فهي لاتشبع قلب الإنسان من جوع إنما تغريه فينقاد إليها فتأسره ليعود إلى طلبها مجبوراً فاقد الإرادة . والأمر الطريف حقاً ، وهو من الأهمية بمكان في تاريخ الطب والمعالجات ، أن المؤلف يشبه الشخص المسترسل والمستهتر في شهواته الجسدية « كمثل المخمور في العقارات » المسببة للهلوسة والاعتياد والتي بعد فقدان تأثيراتها يعود مرة أخرى راجعاً إليها وبإلحاح يطلبها . وفي هذا نجد أيضاً دليلاً آخراً على تمكن استعمال مثل هذه الأدوية المخدرة وانتشارها وعلائم ومجريات الاعتياد عليها في عصره والذي كان شاهد عيان لأثرها وما تورث متعاطيها من سلب الإرادة للمقاومة والانصياع[١] .

ولايغفل المؤلف عن الجزم بأن في وجود اللذة الجسدية ونشاطها وطلبها يكون دوام النوع وإبقاء للشخصية البشرية ومميزاتها في تعمير الكون حتى أن بني الإنسان ينمون ويكثرون ويملؤون الأرض ولتكن خشيتهم ورهبتهم على كل حيوانات الأرض وكل طيور السماء[٢].

١ - كان البيروني قد لاحظ سوء استعمال العقاقير المخدرة والتي تسبب اعتياداً يصعب التخلص منه إذ أن الكثيرين من الصوفية ومن عامة الشعب أخذوا بتعاطي الأفيون والحشيش ليس لأجل المداواة والشفاء فحسب بل كمخدرات، See Franz Rosenthal, *The Herb. Hashish versus Medieval Muslim Society*, Leiden, Brill, 1971, pp. 101–110; Sami Hamarneh, "Phramacy in medieval Islam and the history of drug addiction," *Medical History*, 14 (1972), pp. 226–237.

٢ - هي الحكمة القديمة في قوله تعالى « أثمروا وأكثروا واملؤوا الأرض وأخضعوها وتسلطوا على سمك البحر وعلى طير السماء وعلى كل حيوان يدب على الأرض » **سفر التكوين** ١ : ٢٨ وأيضاً ٩ : ٢ ولكن البيروني فجأة ينتقل للحديث عن أهمية نظافة الفم والبدن اجتماعياً وصحياً ويشرح كيف أن التعرق يزدحم قليلا قليلاً ليسد مسام الجلد لذا وجبت النظافة والاستحمام مشبهاً ريح النفس الطيب بالمسك والعنبر .

ترويحة ٩ : يشرح البيروني هنا كيف أن للناس أحوالاً مختلفة في دنياهم يتقلبون فيها ويتعايشون معها فبعض منها يمرح وبعضها الآخر يذم ويرذل لاسيما ماهو مخالف للخاق القويم والنظافة وكرم النفس فالمحامد المشكورة فقطبها المروءة ، وإن مدار النظافة روحاً وجسداً هو على الطهارة والنقاء وإنه مغبوط وسعيد حقاً ذلك الشخص الذي له صديق مخلص ينفر مما لايرضاه لصديقه ويحب له مايريده لنفسه . ثم إن البيروني بالرغم من تقديره للصداقة وحسن العشرة إلا أنه يحذر من كثرة الأصدقاء وبلا حدود والذين يكثرون مع اتساع الحال والغنى وما أقلهم حين تشح ذات اليد مع أن في تكاثرهم الرقي إلى مراتب الرياسة والملك فيمن تعلو بهم الهمم ومن يطلبون الخير للجميع لاسيما لمن حولهم « تمنياً عند العجز وفعلا لدى القدرة » يوم تؤول إليهم الرياسة ، وطبيعي أن الجمال في الصورة وحسن االخَلْق محبوبان مرغوب فيهما « ولكن الصور عطايا في الأرحام لاسبيل إلى تغييرها لأحد من الأنام » إنما نزاهة النفس والدماثة هي في الأخلاق وحسن السيرة ومالك هواه هو القادر على نقاها من المذام والعار إلى المحامد وأعلى الرتب وما هذا إلا بمقدار مايعمل المرء على تهذيب نفسه بالحسنى وصالح الأفعال ومعالجة أسقامها بالطب الروحاني للتحلي بالفضائل والتقى والابتعاد عن الغضب والهموم[1] . في هـــذا المجال أيضاً يذكر البيروني بعض الأمور العملية التي بها المرء يستطيع أن يحسن خلقه وإن عجز عن تبديل صورة وجهه مع الإشارة لما هو معروف وبديهي أن الاهتمام إنما هو في المرتبة الأولى بالبشرة والتي هي أول مايلاقي من جسم الإنسان فينبغي إذاً تنظيفها بالماء الطهور وليس ذلك أدبياً وحسب العرف والعادة فحسب ولكن دينياً أيضاً ، [2] حتى أن السنانير الأهلية هي أحسن مثال في عالم الطيور في طلبها وسعيها في مراعاة نظافة جسمها والبيئة التي فيها تعيش على خير منهج .

ثم إن المؤلف يعدد بعض ما أوصى به رجال العرب ونساؤهم بناتهم من وجوب المحافظة على نظافة أجسادهن وبيوتهن طلباً في الإبقـــاء على السعادة الزوجية واعتبارهم

١ – كتب الكثيرون من علماء الإسلام وأطبائهم كالرازي وغيره في المعالجة التدريجية والطرق الواجب اتخاذها للرقي بالأخلاق وتهذيب النفس بالعادات الكريمة النزيهة فكما تلزم معالجة أمراض الأجساد كذلك وجبت معالجة أسقام النفوس . انظر فهرس الظاهرية ، دمشق ١٩٦٩ م ص ، ٨٧ – ٩١ ، وقد ترجم كتاب الرازي في الطب الروحاني إلى الإنكليزية في لندن ، ١٩٥٠ م كما حقق بالعربيه .

٢ – يقتبس المؤلف سورة المائدة : ٥ (ياأيها الذين آمنوا إذا قمتم إلى الصلاة فاغسلوا وجوهكم وأيديكم إلى المرافق وامسحوا رؤوسكم وأرجلكم إلى الكعبين) وفي الحديث الشريف : « النظافة من الإيمان » .

بأن الماء وحده هو أصل الطيب ورأسه[1] .

لذلك بعد الاغتسال بالماء الطهور يوصي المؤلف أولاً التزين بالأصبغة والألوان والتي بمعونة الضياء سرعان ماتلفت إليها الأنظار بواسطة حاسة البصر . فمثلاً فإن تبييض البشرة وتوريدها بالغمر ثم تسويك الأسنان وتنظيفها وتنقية الأشفار وتكحيل العين وصبغ الشعر وتمشيطه وقص ،مايحتاج إلى القص ونتف بعضها وتقليم الأظفار وتسويتها كل ذلك لأجل تحسين مظهر الإنسان وتجميل منظره مع النظافة والذوق السليم . يتبع ذلك ذكر الثياب الملاصقة والمحيطة بالبدن لاسيما الماسة للجلد والتي يجب تنظيفها ليبدو لونها الأبيض المحمود زاهياً مصقولاً ولامعاً للتخلص من الغبار والدخان وما يعلق بها من الشوائب أو مايعكر صفو لونها . ومن البداهة أن من ينظف ثيابه لابد أن يبدأ أولاً بتنظيف بدنه لئلا يدنس وسخ البدن ودرنه هذه الثياب البيضاء النقية التي يتدثر بها ، ومن بعد ذلك لابد له أن يهتم بنظافة البيت الذي يسكنه والمجلس الذي يأوي إليه ليحافظ على نظافة ثيابه وهندامه من الداخل والخارج فيتم بذلك المراد . وطالما عبر الناس في الماضي عن طهارة النفس والقلب معاً وشبهوها بنقاء الثوب وبياض الإزار والجبيب وغير هذه الأمثلة والعبر التي تدلنا على الاهتمام بنقاوة الإنسان وبيئته وحفظه جسدياً وروحياً ورفع مستواه أخلاقياً واجتماعياً[2] .

ثم إن الجواهر تتلو الثياب رتبة من جهة الاهتمام حسب العادة في أكثر البلدان فيتحلى الذكور بالخواتم والتيجان « وما رصع من الوشم (الوشح) والمناطق والقلانس والقفازات والقضبان والأعمدة لهم ولمن مَثُل بين أيديهم وللإناث مالهن من المداري والأكاليل والأسورة والخلاخيل والجبيرات والمعاضد والعقود والقلائد » . وهناك من هم

---

١ – يقتبس المؤلف هنا عدة روايات ننقل بعضاً منها لطرافتها وأهميتها في علمي الاجتماع والنفس كقول أم توصي ابنتها عند زواجها : « إياك والغيرة فإنها مفتاح الطلاق وأنهاك من إكثار العتاب فإنه يورث البغضاء وعليك بالزينة وأزينها الكحل وبالطيب وأطيبه الماء » . وقول أخرى « كوني لزوجك أمة يكن لك عبداً وعليك باللطف فإنه أبلغ من السحر والماء فإنه رأس الطيب » . وأخرى أيضاً « كوني لزوجك فراشاً يكن معاشاً وكوني له وطاء يكن لك غطاء وإياك والاكتئاب إذا كان فرحاً والفرح إذا كان مكتئباً ولايطلعن منك على قبيح ولا يشمن منك إلا أطيب الريح ولاتفشين له سراً لئلا تسقطين من عينيه وعليك بالماء والدهن والكحل فإنه أطيب الطيب » . ومع أننا لانعرف شيئاً يذكر عن حياة البيروني الخاصة إلا أننا من هذا نميل للظن بأنه كان متزوجاً فما ألهته علومه وأبحاثه عن التأمل بما يجعل الحياة الزوجية طيبة هنيئة .

٢ – من المواضيع الهامة في عصرنا هذا بالنسبة للصحة العامة هي تأمين بيئة صالحة صحياً مع نظافة الجسم والثياب للمحافظة على الصحة البدنية والنفسية .

في طبقة المسرفين المبذرين والمترفين حتّى إنهم يتعدون استعمال الحلي والمجوهرات بالامتداد والتطاول إلى تزيين ماهو خارج عن البدن نفسه إلى تزيين الحيطان وسقوف الدور وأبوابها ورواشنها قصد إظهار التفاخر والعظمة الإنسانية مع أن هذا الاقتدار يكون غالباً « بالتمويه لا بالتحقيق » مع العلم أنه بلا شك يستحب للإنسان أن يغنى على الدوام بأمر النظافة والكياسة خارجاً وداخلاً .

ترويحة ١٠ : يتابع المؤلف حديثه مشيداً هنا بأهمية الرياحين في التجمل والصحة العامة وروعة البيئة ولربما ترينا فكرة هذا الانسجام والشغف بجمال الطبيعة بعض تعلق البيروني بها كما قد تبين أيضاً في كتابه **الصيدنة في الطب** ، ومع أنه ليس لدينا أي برهان أو حتّى حدس قطعي ولكن ربما كان هنا مجال للتكهن بأن تسمية المؤلف بأبي الريحان كانت وليدة هذا الاهتمام الذي لاحظه معاصروه فيه وشجعوه عليه فأعطوه هذا اللقب المميِّز لذلك نسمعه هنا يقول : « إن من أظهر الأدلة على كمال المروءة (وقد مرَّ التعريف بها والحديث عنها) تكميل النظافة بالأرايح الأرجة التي تتعدى إلى الغير فتلذه وترغبه في الاقتراب إليه والمناسمة (معه) وتخفي ماقي الإنسان من العوار والوصمة» . وأنَّ المروءة اجتناب المحرمات والكف عن أذى الناس ومن ثم فهي الاعتصام بأصول الدين الحنيف الذي يوجب العدل والمساواة وقمع الظلم وإعانة المظلوم والبائس ومن ثم على خلاف من قيل فيه « إنه يَمْنَع رفده ويأكل وحده ويضرب عبده وأن من حسّن خَلْقَه بتحسين خُلْقِه وهيأ مطعمه بالطيب من الحلال وأشرك فيه غيره بالتسوية » فهو العاقل والجواد وصاحب الفضل كما أنه يكون قد حافظ على النظافة والكياسة وقد زاد على ذلك باستعمال الطيب الممدوح العطر « فقد سر أكيله وآنس جليسه وأكرم نديمه وكف أذاه » وبذلك فعل لغيره ماأراد أن يفعله له غيره[1] .

كان البيروني يعتقد اعتقاداً جازماً بحق العباسيين بالخلافة بعد سقوط دولة بني أمية وببقائها في قريش ، ولعله كان سنّياً . والمهم هنا أنه بصراحة دافع عن هذا الحق وحارب التعصب وأبى الحط من قيمة أمراء المؤمنين ودافع عن اللغة العربية كلغة الدين والعلم

---

١ – وبرأي البيروني فإن نظافة الهندام تعني أيضاً حسن الطوية الداعية للطاعة وعز القناعة والأخذ بالأصوب خير الإنسان في الحياتين العاجلة والآجلة وترى في ذلك اهتمام علماء المسلمين بالطيوب وأدوية الزينة .
See for example S. Hamarneh, "The first independent treatise on cosmetology in Spain." *Bulletin of the History of Medicine*, 39 (1965), pp. 309–325.

معاً[١] . والمؤلف هنا يروي قصة مُعِزّ الدولة أحمد بن بويه (ت ٣٥٥هـ/٩٦٧م) الشيعي الشديد التعصب لعنصريته الفارسية ورغبته في الثورة ضد الخلافة العباسية زمن المطيع ، وكيف أنه أضمر بأخذ الخلافة لبني بويه اغتصاباً فنهاه عن ذلك برفق رجل تقي احتكم إليه فنصحه بالعدول لما في ذلك من مغامرة طائشة ومروق غير محمود واقتداء بقول الشاعر :

إذا كنت في نعمـــة فـارعهـا فـإن المعـاصـي تزيـل النـعم

فاستمعَ للنصح ، ولعل المؤلف ذكر هذه القصة ليشير إلى أهمية زينة النفس للملوك والعقلاء والنبلاء وضرورة التحلي بجواهر الأحجار الطبيعية ولكن التجمل بالأخلاق الحميدة وروح الولاء والإخلاص وحب العدل والنصح هي جميعها « اللؤلؤة الكثيرة الثمن » .[٢]

ترويحة ١١ : هنا يصل البيروني الذروة في تقدير القيم الإنسانية الرفيعة وطلب الخير والمساواة للجميع ودفاعه عن الخلافة الإسلامية كما أنه يقترب رويداً رويداً ، كما نظن إلى صلب الموضوع ، في بحثه عن الجواهر معنىً ومبنىً في نطاق تاريخي وعلمي ومنطقي فيقول ، « الناس كلهم بنو أبٍ (واحد) وأشباه في الصورة (لاسيما من ناحية علمي التشريح ووظائف الأعضاء) ولايخلون فيما بينهم عن التنافس والتحاسد الذي في غرائزهم بتضاد أمشاجهم وأمزجتهم وطبائعهم (بالإضافة إلى) الاشتمال على ماتعين منذ عهد ابنَيْ آدم (هابيل وقابيل) المقدّمين قربانين مقبولاً من أحدهما مردوداً على الآخر » . لأنه عصى صوت الله وثار ضد أخيه ومع ذلك صرخ فاجراً ناكراً للجميل وعديم الود : « أحارس أنا لأخي » ولما لا حتى صار هذا البلاء المؤنس منذ فجر تاريخ البشرية وعم هذا الويل المرير[٣] . وإن مما يُحِدّ من طمع الإنسان وشره هو . « خوف آجل من

---

١ – البيروني **كتاب الصيدنة في الطب**: تحقيق حكيم محمد سعيد، كراتشي – الباكستان، مؤسسة همدرد الوطنية ، ١٩٧٣ م ، ج ١ ١٢ ، ج ٢ : ٢٦ – ٢٩إذ يقول فيه « ديننا والدولة عربيان وتوأمان : ترفرف على أحدهما القوة الإلهية وعلى الآخر اليد السماوية ..... وإلى لسان العرب نقلت العلوم من أقطار العالم فازدانت وحلت في الأفئدة وسرت محاسن اللغة منها في الشرايين والأوردة » .

٢ – كان الخليفة العباسي المطيع (حكم بين ٩٤٦ – ٩٧٤ م) ضعيفاً فتمردت عليه مصر وفارس وزادت الفتنة في زمنه حتى تنازل عن الملك وفي ذلك الحين أضمر معز الدولة البويهي (٣٣٤ – ٣٦٣هـ / ٩٤٥ – ٩٦٧م) الثورة عليه وعصيان أمره . وفي سنة ٩٧٤ م تولى الخلافة الطائع الذي بلغت في أيامه سلطة بني بويه أوجها وقد خلفه سنة ٩٩١م الملك بهاء الدولة .

٣ – هذه اشارة واضحة إلى قصة هابيل وقابيل المدونة في سفر **التكوين** ٤ : ١ ١٦ وفي **سورة المائدة**: ٢٦ – ٣١ .

الله أو عاجل من السلطان ومالم يكن السلطان قوياً نافذ الأمر صادق الوعد والوعيد لم تتم له سياسة من تحت يده . فكل واحد منهم يرى أنه مثله وأنه أحق بماله ومكانه ولهذا قصر الملك على قبيلة لتنقبض أيدي سائر القبائل عنها ثم على شخص أفضل أشخاصها ثم على نسل له (يكون) ولي عهده فصار الحكم ملكاً لهم »[1] .

نرى هنا تحليلاً فلسفياً علمياً لنزعات النفس البشرية إلى السلطة والحكم ، كما يراها المؤلف . بدافع أنانية قهارة مخيفة لذا يجب التحكم بها وضبطها ثم تسييرها في أقنية خاصة مع وجوب الحزم والارتباط العائلي والحق الوراثي لذلك يقول المؤلف شارحاً : « ثم أضيف إلى ذلك حال معجز بلغ في غاية القوة (وهو التأييد السماوي والأمر الإلهي) بالنص على نسب لايتعدى عمرده كما كانت عليه الفرس زمن الأكاسرة وكما كان عليه الأمر في الإسلام من قصور الإمامة على قريش ومن وجبت له المودة لهم بالقربى وكما اعتقد أهل التبت في خاقانهم الأول بأنه « ابن الشمس الذي نزل من السماء » وأهل كابل أيام الجاهلية في برهمكين أول ملوكهم من الأتراك وأنه خلق في غار هناك يسمى بغرة (ولعله بغراخان أحد سلاطينهم) فخرج منه متقلسيا وأمثال ذلك من أساطير الأمم الصادرة عن حكمة تجمع الناس طوعاً على الطواعية وتحسم الأطماع في نيل كل واحد رتبة الملك» ، مبعثه عنصر تقليدي ديني حسب البلاد وجغرافيتها والتاريخ[2] . ثم يشير البيروني إلى ظاهرة اجتماعية وسياسية هامة موضحاً فيها كيف أن الملوك يلجؤون إلى بناء القصور والقلاع وتزيين مجالسهم وإظهار الأبّهة والأمجاد لإكساب مركزهم وتزويده بهالات من التعظيم والإكبار في عيون الرعايا والأتباع ، فيضيف : « وكما يميز الملوك عن غيرهم بهذه الخصال كذلك تمموا التمييز بإعلاء الإيوانات وتوسيع القصور وترحيب الرحب والميادين ورفع المجالس على السّرر ، كل ذلك سمواً إلى السماء وإشرافاً على الخاص والعام من الملأ وإليه » ذهب البحتري في قوله :

وليس للبــــدر إلا ماحبيت بـــه أن يستنير وأن تعلــو منازلــه

---

١ – في الجواهر للبيروني ، طبعة ١٩٣٦ م ص ٢٣ – ٢٤ يعطي المؤلف شرحاً لتطور الخلافة في الإسلام خاصة وغيرها من الحضارات عامة متمسكاً بأهداب الخلافة مدافعاً عن شرعيتها انظر حول الموضوع كتاب **تاريخ الإسلام** لحسن إبراهيم حسن، ج٤، طبعة أولى ١٩٦٨ م ، مكتبة النهضة المصرية ، ص ٣٠٣ – ٣٠٨ .

٢ – في غاية الأهمية مايذكره البيروني عن الحكم في الأفغانستان قبل انتشار الدين الإسلامي فيها ولعل العاصمة كانت آنذاك كابل (ربما هي كابول عاصمة البلاد الحالية) معبراً عن الأسباب التقليدية والدينية في قيام نظم الحكم واستمرار الملكية .

ولم تكن للزيادة في القدرة حيلة فجعلوها بالتيجان والقلانس واستطالوا بالأيدي حتى وصفت ببلوغ الركب كما سمى أهل الهند أحد ملوكهم مَهَاباها أي طويل العضد والفُرس بهمَنْ أردشير ريونردشت لأن ريونرد هو أصل نبات الريباس . وما لم يبلغ الماء في العمق لم ينبت وإن كان رأسه في ذرى الجبال » ، وهذه تصف بدقة المغالاة في تزيين القصور وإظهار الأبهة والجاه عند الملوك ذوي الأمجاد إلى حد فاق الحسبان(١) .

وكعالم اجتماعي واقتصادي وكمؤرخ عارف بالأحداث والأزمان ، يعود البيروني مرة أخرى ليوضح بثاقب بصره اهتمام الناس بالأحجار والأعلاق النفيسة وأثرها في كسب الوجاهة وتأييد السلطان مع العوامل السلوكية والاجتماعية وأسبابها المنوّه إليها في هذا الباب فاسمعه مثلا موصياً وناصحاً : « كل ذلك علامات لعلو الهمة وانبساط اليد بالقدرة . ثم تتزينوا بصنوف الزينة المثمنة لتحاو في القلوب وجلالة الأموال في العيون فتتوجه إليهم الأطماع وتناط بهم الآمال » ، والأحلام مشيراً هنا إلى الدور الذي تلعبه الجواهر في التأثير بآراء الناس وطرقهم المنهجية . وإن الأمر لايقف عند هذا الحد في طلب الأمجاد والسلطان بل يتعداها إلى المخابرات الجاسوسية وحيل السياسية وأحابيلها إذ يضيف قائلاً : « واحتالوا بحيل تفاضلت في البدعة والحسن والغرابة للغوص على سرائر الخاص من البطانة وأفعال العام من الرعية ومقابلتها بواجبها وفي إسراع ذلك على تنازح الديار بالفتوح المتناقلة والبرد المرتبة والسفن المطيرة والحمّامات الهادية الطاوية للمسافات حاملة للأوامر والأمثلة في المدد اليسيرة حتى خيفوا في السر والعلن واجْتُنِبَتْ خيانتهم فيها وتوقف على ذلك من أخبار دهاة الملوك وجبابرتهم » ، وفي هذا ذكر لاستخدام الحمام الزاجل من نقل البريد المستعجل آنذاك بين بلد وآخر وغيرها من وسائل التنقلات والرحلات في العالم الإسلامي قاطبة(٢) .

---

١ – في سخرية لاذعة يقارن البيروني بين نفع الماء للأرض والنبت ونفع الجواهر للزينة وفي معاملات الناس التجارية فمهما علا مصدر الماء لابد أن يصل الأرض الواطئة ليسقي البذور وينبت النبات وهكذا يوضح المؤلف أهمية الإصلاح الاجتماعي حتى تحظى طبقات الشعب الكادحة بقسطها من ثراء الدولة لتأمين رفاه العيش وهي نظرة إصلاحية إنسانية تدل على مشاعر المؤلف تجاه طبقات الشعب الفقيرة ووجوب الاهتمام برخائها أكثر من الاهتمام بالزينة والأبهة الملكية الخارجية ، والتيجان المرصعة بالجواهر ، انظر الوصف في كتاب **الخطط** لتقي الدين أحمد المقريزي ، طبعة بولاق ، القاهرة ، ١٢٧٠ هـ ، ج ١ : ٤١٣ – ٤١٦ ؛ **والذخائر والتحف** ، للقاضي الرشيد بن الزبير ، تحقيق محمد حميد الله ، الكويت ، وزارة الإعلام ، ١٩٥٩م ، وجرجي زيدان **تاريخ التمدن الإسلامي** ، ج ٥ ، القاهرة ، بدون تاريخ ، ص ١٢٨ – ١٣٤ .

٢ – في وصف البريد واستخدام الحمام الزاجل انظر صبح الأعشى ، القلقشندي ، ج ٧ : ٢٣١ – ٣٣ ، ج ١٤ : ٣٨٩ – ٣٩٤ ؛ زيدان، **تاريخ التمدن الإسلامي** ، ج ١ : ٢٣٩ – ٢٤٣ .

ترويحة ١٢ : ومما سبق الإشارة إليه من تأكيد أهمية الغنى المادي بالذهب أو الفضة أو الجواهر وأثرها في المجتمع يستنتج المؤلف مدى القوة الخفية للمال في تسيير سياسة الملوك وسلطان الرؤساء كما يرى الدور الهام الذي يلعبه في تأييد الحكومات وتنفيذ مآربها مع تبرير مثل هذه التصرفات حيث يضيف : « الملوك أحوج الناس إلى جمع الأموال لأنهم بها يملكون الأزمة ويسيرّون بمكانها الأعنة » . وقد أوضح السبب الذي من أجله مثلا كان الخليفة أبو جعفر المنصور العباسي يجمع الأموال ويخزنها حتى وصمه الناس بالبخل وهو براء من ذلك لعدم إدراكهم لما كان يهدف من هذه النقود المخزونة وما يعمل من أجلها وقد شرح أمره لحاجبه مرة مفسراً كيف أنه بالمال يستطيع السلطان التحكم بمقدرات الناس لأنهم جميعاً بحاجة إليه ويتشوقون لاقتنائه فمن معه المال معه السلطان وله اليد الطولى في الحكم[1] . ثم يقول المؤلف في الأمير يمين الدولة محمود الغزنوي (٣٨٩ — ٤٢١هـ/٩٩٩ — ١٠٣٠م) إنه ماكان « يفرغ من فريسة قصدها وظفر بها إلا ويجيل بصره بعدها لأخرى يزحف إليها ويحوزها » ، حتى لايكون مجال للتوقف أو التغيير ثم إنه إذ كان قد وكل أمره للمنجمين سنة وهو عائد منصرفاً من مدينة خوارزم حيث أخبروه بامتداد حكمه لما ينيف على عشرة سنين أنه عندها أجاب : « إن قلاعي مشحونة من الأموال بما لوقسم على أيام تلك الأعوام لحاجتها بما لايعجزه إنفاق مرتب أو مسرف فيه » . وعند سماع ذلك حملت البيروني النشوة ، وكانت لاتزال بينهما بعض جفوة لقسوة السلطان وتفاخره وشدة بطشه . على الإجابة قائلاً : « اشكر ربك وأسأله واستحفظه رأس المال وهو الدولة والإقبال فما اجتمعت تلك الذخائر إلا بهما ولن تقاوم بأسرها خرج يوم واحد غير منتظم بزوالها » ، فأمسك الأمير لأنه رأى في نصيحة البيروني بالاهتمام في رعيته والإنفاق على مصالحهم وتوفير السعادة لهم والمساواة بينهم لما فيه بقاء الملك يكون ذلك أبقى مأثرة وأخلد ثروة[2] . وتستمر علاقة البيروني بأمراء غزنة بعد

---

١ — اشتهر الخليفة المنصور (١٣٦ — ١٥٨ هـ / ٧٥٤ — ٧٧٥ م) بالجد والحزم والشدة والاهتمام بالرعية فلم يعرف عنه ميل إلى اللهو والعبث وكان حريصاً على جمع المال غير مسرف حتى اتهم بالبخل انظر **مروج الذهب** لأبي الحسن علي المسعودي ، تحقيق محمد محي الدين عبد الحميد ، ج ٣ ، القاهرة ، مطبعة السعادة ، ص ٣١٨ ، ويروي أبو جعفر محمد بن جرير الطبري في **تاريخه (تاريخ الرسل الملوك)** ، القاهرة ، دار المعارف ، سلسلة ذخائر العرب ٣٠ ، ج ٨ ، ١٩٦٦ ص ٧١ — ٧٣ وصيته لابنه المهدي قائلا « لاتصلح رعيته إلا بالطاعة ولاتعمر البلاد بمثل العدل ولاتدوم نعمة السلطان وطاعته إلا بالمال » .

٢ — يمين الدولة محمود الغزنوي (٣٨٨ — ٤٢١هـ / ٩٩٨ — ١٠٣٠م) غزا الهند اثنتي عشرة مرة واستولى على البنجاب وبلاد الغور وما وراء النهر ، وأسقط الدولة السامانية وخطب للخليفة القادر ، ولما استولى على ←

وفاة محمود فيخدم أيضاً الأمير مسعود (٤٢١ – ٤٣٣هـ/١٠٣٠ – ١٠٤١م) ابنه الأكبر ويغدق عليه النصح فلم يعتبر حتى مات شهيداً وتبدرت أمواله الدثرة ، المكتسبة منها والموروثة عن أبيه في يوم واحد[1] . وقد تلاشت كما يتلاشى الدخان في مهب الريح وذهبت هباءً منثوراً ، « ولم يكشف عن غادر به مقراً ولم يظهر في كسير جبراً » . لأن قاتله لم يُعرَف وكان نصيبه الهلاك وبئس المصير لكثرة غروره وإثمه .

ترويحة ١٣ : يعطينا البيروني في هذه الترويحة خلاصة فلسفته في الاقتصاد والحياة الاجتماعية ويركز حديثه مرة أخرى على طبقة الصعالكة وطبقة الحكام وهما في طرفي النقيض والقاسم المشترك بينهما اجتماعهما على جمع المال المستخلص من باطن الأرض بسبب أحوالهم الخاصة وحاجاتهم الملحة إليه فيقول . « الدفائن الباقية تحت الثرى ضائعة في بطن الأرض وهي تكون في الأغلب الطبقتين من الناس شديدتي التباين متباعدتين في الطرفين الأقصيين وهما أهل السلطنة وأهل المسكنة نصفهما على النحو التالي :

أولاً المساكين أو الصعالكة . « فإنهم تعودوا الاستماحة (والتسول) واعتمدوها في تحصيل القوت علماً منهم بأنها هي رأس المال لاينقص (منه شيء) وخاصة مع الإلحاف في السؤال والإلحاح في الطلب (فالشحاذ لايضع رأس مال غير الشحذة والاستعطاء وكلام التوسل لاستجداء المحسنين فمهما حصل في يومه فهو مربحه لذلك اليوم) . فإذا استغنوا بها عن شراء مطعم أو مشرب (لأنهم يحصلون على هذه في الغالب بطريقة الاستجداء أيضاً) أخذوا في جمع الفلوس والحبات والقراريط ذوداً إلى ذود يصرفون الفلوس بالدراهم والدراهم بالدنانير وليس لهم أمين غير الأرض لأنها تؤدي ماتستودع وبأمانتها ، جرى المثل فقيل آمن من الأرض (فهذا كان بنك الاستيداع لهم آنذاك) . ثم يموت أكثرهم

مدينة خوارزم قبض على البيروني وأستاذه عبد الصمد فقتل الآخر واستبقى البيروني لمعرفته بعلم النجوم . انظر ياقوت الحموي ، **معجم الأدباء** ، القاهرة ، دار المأمون ، ١٩٣٦م ج ٢ : ص ١٨٠ – ١٩٠ ، وحسن إبراهيم حسن **تاريخ الإسلام** ، ج ٣ ، طبعه سابقة ، القاهرة النهضة المصرية ، ١٩٦٦م ص ٨٧ – ٩٧ وابن خلكان ، **وفيات الأعيان** ، ٥ : ١٧٥ – ٨١ ، وأبو الفرج ابن الجوزي ، **المنتظم** ، حيدر آباد ، دائرة المعارف العثمانية ، ١٩٤٠م ج ٨ ، ٥٢ – ٥٤ .

١ – لقد هزم السلاجقة مسعوداً سنة ٤٣١هـ هزيمة منكرة وبعد أن أفلت من الأسر ثار مواليه عليه ونهبوا خزائنه وناصروا أخاه محمداً الذي قتل أنصاره مسعوداً في حرب أهلية سنة ٤٣٢هـ انظر علي بن الأثير **الكامل في التاريخ** ، طبعة بولاق ، القاهرة ج ٩ : ١٦٥ – ١٨٢ ، وعماد الدين إسماعيل أبا الفداء ، **المختصر في أخبار البشر** ، ج ٢ ، القاهرة الحسنية ، ص ١٦٤ – ١٦٥ .

إما فجأة من خشونة التدبير وإفراط التقتير (والسكتة القلبية) وإما من سوء حال لاييأس فيه مع الحرص من الإقبال والإبلال ولاتسمح نفسه فيما شقي في جمعه أن يكون لغيره حتى يتفوه بالإيصاء به فيبقى مدفونا (في الأعماق) قل أو كثر » وبذلك مع الأسف عاشوا آنذاك أخساء وماتوا غير مأسوف عليهم ولا على مالهم الرخيص[1] .

ثانياً : « فإن الملوك فلكثرة نوائبهم يعدون الذخائر للعدد ويحصنون (ويكنزون) الأموال في القلاع والمعاقل وأن يكون حمل ذلك إليها مستوراً لتوسط النقلة والحفظة بينهم وبينها فيحتاجون معها إلى خبايا (مخابئ ومستودعات) لايطلع عليها غيرهم فمنهم من لايراقب الله تعالى في الإتيان على ناقليها إلى المدافن (فيتخلص منهم) ، ومنهم من يحتاط في ذلك ويحتال بإيداع الفعاة (ضمن) صناديق فارغة ويتولى سوق البغال معهم إلى الموضع فإذا أخرج القوم بالليل من تلك الصناديق لم يعرفوا أثرهم من العالم وإذا فرغوا من الدفن أعيدوا إليها وردوا فحصل المرام وبعد عنه الآثام ولهذا شريطة هي أن لاتحمل منهم نفراً مرتين (وقد أهملها بعضهم واحتاطها بعضهم الآخر) إذ قد جعل(أحدهم) في أسفل الصندوق ثقبة وأعد مع نفسه كيساً من أرز أخذ ينثرها قليلاً قليلاً واقتفاها بالغد ففازوا بالمذخور ولم يقف صاحبه على الحال إلا بعد عشرين سنة لما احتاج إليها ولم يجد في المدافن غير حساب بهلول »[2] .

ثم أخذ بعدها يتابع المؤلف تحليله لمثل هذه الحالات والأحداث السياسية والاجتماعية والتي معها طالما تتعرض مثل هذه المدخرات للدفن في باطن الأرض مرة أخرى كما كانت في طي النسيان فلا تكتشف إلا اتفاقاً أو نتيجة طوفانات وسيول عارمة تكشف عنها وتدل عليها . فكم من غني مدخر للأموال توفي تاركاً من بعده كنوزه دون أن يعرف بوجودها أو مكانها أحد غيره فتفقد، أو ملك يخزنها لحين الحاجة فيهرب أمام عدو مهاجم

١ - كانت « بنوك الفقراء والشحاذين بعد تحويلهم الفلوس والحبات والدراهم إلى دنانير فضية وذهبية هي مدافن في الأرض فضاعت بعد وفاتهم وبرأي البيروني هذه خسارة اقتصادية ومخالفة لشريعة الله الذي قصد لهذه الكنوز الصرف والمعاملة بأيدي الناس . انظر صالح الحمارنة ، « العملة العربية » ١٩٧٥ م ، ص ٤٠ - ٤٥ ، عبد العزيز الدوري ، **تاريخ العراق الاقتصادي في القرن الرابع الهجري** ، بغداد ، مطبعة المعارف ، ١٩٤٨م؛ وطاش كبري زاده ، **مفتاح السعادة** ، ج ١ ، القاهرة ، دار الكتب الحديثة ، ١٩٦٨ م ، ص ٣٩٣ في حساب الدرهم والدينار .

٢ - البهلول « السيد الجامع لكل خير أو الضحاك » ولكن صار مثلا لما لانفع مما جمعه من الخيرات .

ويتركها خلفه مدفونة في الأرض وليس من يجمع أو يحصي عليه ماأودع[1] .

ترويحة ١٤ : ويستمر البيروني في توضيح نظرياته في الأمة وسياسة الاقتصاد بين الناس في المعاملات واستحسان استعمال النقود الورقية أو المعدنية ومن بينها الجواهر فيقول : « لما احتاج الملوك في حركاتهم وانتقالاتهم الاختيارية والاضطرارية إلى أصحاب أموال تصحبهم من أجلها خدمهم ويتزاح بهم العلل في إخراجاتهم وعوارضهم وكان الورق أخف محملاً من المثمن به في المصالح (كالفلوس والدراهم والدنانير مثلاً) نظروا إلى الفاضل عليه في ذلك فوجدوه العين (خيار الشيء ونفيسه وماضُربَ نقداً من الدنانير) فإن المثمن من المطالب (الأخرى) يكون عشرة أضعاف مايحصل بالورق على الأصل القديم المعين في الديّات والزكوات وإن تغير بعد ذلك لعزازة الوجود ونزارته في بعض الأحايين دون بعض أو لفساد النقود (وصدئها) وإما في أصل الجبلة في كل عالم »[2] . ثم إن البيروني يعمل مقارنة بين ماسبق ذكره من أهمية العملة الورقية وبين الجواهر والأعلاق النفيسة وما لها من القيم وإمكانية وجودها ومحتوياتها وأفضلية استعمالها بالنسبة لأوزانها وأثمانها . بعد ذلك يأخذ بيد القارئ بصورة غير مباشرة إلى صلب موضوع بحثه في أصل الجواهر الكريمة ونفعها وعلو قدرها مادياً ومعنوياً والنواحي النفسية والاجتماعية التي أدت إلى انتشارها وأهمية تداولها وسهولته وخفته ثم يصرح قائلاً : « فإن الذهب أعز وجوداً من الفضة والفضة أقل وجوداً من النحاس ويناسبها صغَر الحجم وعظَمة ورجحان الوزن ونقصانه » . وهو يذكر أحد المناجم الذي يعطي من بين معادنه ، « هذه الأجناس الثلاثة بتفاضل مقارب لهذه النسبة وذلك أن عطية الوقر فيه من الذهب عشرة دراهم ومن الفضة وزن خمسون (إلى خمسة أضعاف) ومن النحاس خمسة عشر منا (أكثر من مئة ضعف) فلهذا آثروا العين على الورق في الاصطحاب مما خف عليهم حمله وحين لم يأمنوا الواقعات

---

١ – يروي لنا البيروني قصص بعض من دفنوا كنوزهم في الأرض ففقدت ، **في الجواهر** ، طبعة ١٩٣٦ م ، ص ٢٧ – ٣٠ ، ويكتب طاش كبري زاده **بمفتاح السعادة** ، ج ٣ ، دار الكتب الحديثة ، حول آداب الكسب والمعاش وتفرقة السلاطين المال على الفقراء ، ص ٢١٠ – ٢٤٥ ، ويتحدث الجاحظ في كتابه **البخلاء** ، القاهرة ، دار المعارف ، ١٩٧١ م (ذخائر العرب رقم ٢٣) عن أخبار كثيرة تؤيد ماجاء البيروني على ذكره حول الصعاليك .

٢ – عبد الكريم الخطيب ، **السياسة المالية في الإسلام** ، القاهرة ، دار الفكر العربي ، ١٩٦١ م ص ٢٤ – ٣٢ ، وعبد المنعم ماجد **تاريخ الحضارة الإسلامية** ، طبعة ٤ ، القاهرة ١٩٧٨ م ص ٣٥ – ٤٦ ، وأحمد حسن الزيات ومن معه ، **المعجم الوسيط** ، مجمع اللغة العربية ، طبع المكتبة العلمية ، طهران ، ج ٢ : ٦٤٧ يذكر أن العين ماضرب نقداً في الدنانير .

النائبة سجالا وقد عُرِفَ أن النجاء فيها بالقلة والخفة مالوا إلى الجواهر إذ كان حجمها عند حجم الذهب أقل قدراً من حجم الذهب عند الفضة وحجم الفضة عندما يشتري بها من المصالح فاصطحبوها معهم وقرنوها بأنفسهم » . وإن هذه الجواهر نفسها التي يعتز ويتباهى باقتنائها الملوك والعظماء تكون وبالا عليهم إن شاؤوا التنكر والاختفاء عن عيون المراقبين وفي يد العامة تصبح سبباً في اتهامهم بسرقتها أو بالشك في أمانتهم إذ ليس من المنتظر أن أمثالهم يملكون مثل هذه الجواهر النفيسة الثمن فيصرح قائلاً : « ولكنها عند إلجاء تلك الحوادث إلى التنكر ربما صارت ساعية (فتكتشف بسرعة) دالة عليهم كما نَمَّ بفتية الكهف عتق السكة في الورق حتى اتجهت عليهم التهمة بوجود ذخيرة عتيقة » ، ثم يضيف المؤلف قائلاً : « إن الجواهر خاصة من آلات الملوك (وهذا مدار حديثه) فإذا كانت عند غيرهم ممن لايليق بحاله تاونت الظنون فيه بأنها إما مسروقة (وهذا منطق اجتماعي وقانوني متبع حتى في عصرنا هذا) والسارق (حينئذ) مطلوب ، وإما ممتلكة حقاً لمتنكر من الكبار ومثله مرصود » ، وفي كليهما خسارة[1] .

ثم يعبر البيروني عن التطورات الاجتماعية والأخلاقية والعمرانية المترتبة على جمع الكنوز الأرضية كالجواهر فيقول : « وقد كان فضلاء الملوك يجمعون الأموال في بيوتها وفي المساجد ويجلبونها من أجمل وجوهها ثم يكنزونها بالتفرقة في أيدي حماة الحريم ثم الدافعين مضار العدو عن الحوذة إذ كانت أول فكرتهم آخر عملهم وهم كالخلفاء الراشدين ومن يشبه بهم مقتدياً مثل الخليفة عمر بن عبد العزيز والكثير من المروانية والقليل من العباسية إذ كانوا يرون ماقلدوه عبئاً ثقيلاً قد حملوه ويحتسبونه محنة ابتلوا بها فكانوا يجتهدون في نقص إصرها ويتحرجون عن التردي في وزرها » ، فهؤلاء الخلفاء الصالحون إذا لمسوا أهمية المسؤولية الواقعة على عواتقهم تجاه رعاياهم لم يستبدلوها بطلب القوة في المال والجواهر والممتلكات بل بإجراء العدل والمساواة والحفاظ على مصالح الشعب ورفاهيته بالرفق وحسم الظلم وعون البائس[2] .

ويروي هنا المؤلف خبراً تاريخياً مفاده أن قاطني إحدى النواحي في بلاد المغرب

---

١ – سورة الكهف : ٨ – ٢٦ وفي هذا الغرض يشير البيروني إلى تغير أنواع وأشكال العملات بتغير الدول .

٢ – كان عهد الخلفاء الراشدين (١١ – ٤١ هـ) وزمن حكم الخليفة عمر بن عبد العزيز وغيره من المروانية يمتاز بالتمسك في الدين الإسلامي والأمر بالمعروف والنهي عن المنكر (في القرنين الأول والثاني للهجرة) وقد سجلت في هذه الحقبة الحضارية الإسلامية صفحات مجيدة في الفتوحات وتقدم العلوم والمعارف .

See John A. Williams, *Themes of Islamic Civilization*, London, 1971, pp. 59–80.

كانت الإمارة تدور فيما بين أعيانها وشآتهم على نوب يقوم بها من يأتيه دوره لمدة ثلاثة أشهر ثم ينعزل عنها بنفسه عند انقضاء أمدها فيقدم الهبات والصدقات شكراً على عمل قام به وانتهى حتى تتاح له فرصة العودة إلى أهله مسروراً كأنما قد حُلَّ من عقال حتى ينصرف لشؤونه ويزاول أعماله الخاصة بينما يأخذ وظيفته آخر لثلاثة أشهر وهكذا .

وفي هذا نرى صورة رائعة لتطبيق مبدأ العدالة في الحكم مع النزاهة والتضحية في خدمة البلد والتفاني في المبادئ الإنسانية والديمقراطية الحقيقية فأين هذا في عصرنا حيث نجد التكالب على الكراسي والحرص على حفظ الألقاب والمراكز . ويفسر المؤلف هذا التصرف على الوجه التالي : « وذلك لأن حقيقة الإمارة والرياسة هي هجر الراحة لراحة المسوسين في إنصاف مظلومهم من ظالمهم وإتعاب البدن في الذود عنهم وحمايتهم في أهليهم وأموالهم ودمائهم وإنصاب النفس في إنشاء التدابير » ، لأنه بذلك يوقف نفسه على خدمة البلد والدفاع عن حياضه وتأمين مصالح أفراد الرعية بكل ماأوتي من قوة وحكمة التدبير وحب العدالة وكرم الأخلاق ورفع الضيم وصيانة الكرامة في الأمة[1] .

ترويحة ١٥ : هذه آخر التراويح التي تخطها يد المؤلف في هذه المقدمة لكتابه **الجماهر في معرفة الجواهر** ، وهنا نجد مرة أخرى معالجة جذرية لقضايا اقتصادية واجتماعية خاصة بالمعادن المتداولة كالعملة في أيدي الناس ووجوب وقايتها من الغش وحكم الشرع في ذلك فيقول : « إنما حرم شرب الماء في أواني الذهب والفضة لما تقدم ذكره من انقطاع النفع العام بها واتجاه قول الشيطان عليه (سورة النساء : ١١٨ ولآمرنّهم فليغيرن خلق الله) ولنكتة ربما قصدت فيه وهي أن هذه الأواني لاتكون إلا للملوك دون السوقة وللأنام بين الأيام من الضيق والسعة دول تدول وأحوال تحول وتجول فإذا صرف ما حقه أن يَبُثَّ في الأعوان إلى تلك الأواني اتكالاً على كثرة القنية أيام الرخاء (من دون أن يهتم بالإنفاق على أتباعه) ثم دار الزمان وأتى بعده (فافتقر) ، أحوج إلى سكبها وطبعها دراهم ودنانير ففترت النيات بظهور الضيقة وطمع الأعداء بانتشار خبر الضعف والإفلاس بين الناس ، فهم عبيد الطمع ومانعو الحقوق إذا أمكن . وهو المعنى المظنون به أنه محشو تحت التحريم فلن يخلو السرع من مصلحة عامة أو خاصة دنياوية أو آخرانية » . هذه دروس ومواعظ من الماضي البعيد يدرجها المؤلف مع إيضاح وثاقب بصيرة لينقل لقارئيه

١ – يعطينا البيروني هنا آراء جديدة في صلاح الحكم العادل والشورى مع أنها تحمل معاني مثالية غير متوفرة في العالم السياسي على حقيقته ، ولاشك أن المبادىء الدينية كان لها الأثر الكبير في ذلك الاتجاه عند المؤلف .

موعظة في معنى القناعة والفطنة وينصح القارئ من مغبة الشر والانحراف والسير في طريق السلامة « من الغاشين والدعار » مما يؤدي إلى الخيبة والدمار[١] .

وينهي البيروني مقدمته في فصل أخير يعبّر فيه عن محاولته لبحث « الجواهر والأعلاق النفيسة المذخورة في الخزائن » عند الملوك والنبلاء ويبدي رغبته في دراسة كل جوهر أو معدن في فصل مستقل به متسلسلا من مقالة إلى أخرى ذاكراً أصل الجوهر أو المعدن ومنبته في الأرض وأشكاله وألوانه وأحواله وكثافته النوعية وأوصافه الظاهرة والخفية وأثمانه المعروفة أو المنسوبة وإقبال الورى في طلبها للزينة ولقيمتها المادية أيضاً .

هذه هي مساقات ومواد الكتاب في مقالتين : المقالة الأولى في الجواهر : الياقوت مع أشباهه من الجواهر كاللعل البدخشي والبيجاذي ، والألماس ، والسنباذج واللؤلؤ ، والمرجان ، والزمرد وأشباهه ، والفيروزج ، والعقيق ، والجزع ، والبلور ، والبسد والجمشت ، واللازورد ، والدهنج ، واليشم ، والسبج ، والبادزهر وحجر التيس (التّرياق الفارسي أو البادزهر) والموميا ، وخرز الحيات ، والختو ، والكهربا ، والمغناطيس ، وحجر الحماهن والكرك ، والشاذنج ، والزجاج ، والمينا والقصاع الصينية ، والأذرك . والمقالة الثانية في الفلزات : الزئبق ، والذهب والفضة والنحاس والحديد ، والاسرب ، والخارصيني وأشباهه ، والطاليقون . فهذا التقسيم يعطينا فكرة عن كيفية نظر البيروني إلى هذه المواد الطبيعية وتمييز الجواهر والأحجار منها بألوانها وصفاتها الطبيعية عن المعادن المستخرجة من المناجم بما في ذلك أنواع الأتربة والطباشير وسواها[٢] .

استنتاجات ختامية : بعد مراجعة قول البيروني في مقدمة كتاب الجماهر يميل كاتب هذه المقالة إلى ترجيح الاستنتاجات والاقتراحات والتعليقات الآتية :

---

١ – كانت هناك محاولات لاستعمال أوانٍ وأدوات ذهبية وفضية ليس فقط في البيوت والمعاملات التجارية بل أيضاً في الصناعة الطبية مثل عمل آلات جراحية كالمكاوي والإبر ومقاص الختان والمراود وأواني العطور والأدوية ولاشك فإن هذا يدل على ثراء في البلاد ورفاه ، أما البيروني فقد حاول تنبيه قارئه إلى توقي الغش الذي يحاوله الكثيرون للانتفاع من قيمة هذه الجواهر والمعادن النفيسة وزيادة أرباحهم غشاً وطمعاً .

٢ – قسم البيروني كتابه **في الجواهر** إلى مقدمة عرفناها مع تعليقات وشروح باختصار ثم مقالتين فصل فيهما بين الجواهر ذات الألوان البراقة والصفات الطبيعية الجذابة كالياقوت واللؤلؤ وبين المعادن ذات الوزن النوعي والصفات الخاصة بها ومنها الصلب كالنحاس والفضة ومنها اللين الرجراج كالزئبق والهش كالطاليقون مما له أهمية في تاريخ علمي الكيمياء غير العضوية والطبيعية .

١ – كانت لدى البيروني ، بثاقب نظره وعمق اختباره وسعة اطلاعه ، نظرات وآراء في الدين والاجتماع والاقتصاد والعمران وجد في هذه المقدمة لها مخرجاً لتسجيلها ومعالجتها وشرحها فجاءت سهلة المأخذ ضمن فكرة تأملاته الهادئة العميقة .

٢ – كانت في نفس البيروني ثورة جدية واعية ضد الانحراف الاجتماعي والمظالم والانخداع بمظاهر الأبهة والتسلط الزائف فأراد محاربتها وكشف خداعها بأسلوبه الواقعي المقنع اللطيف دون إثارة النعرات والضوضاء حوله .

٣ – كان مدار حديثه من بعيد وحتى من قريب ، أن يقود القارئ إلى تركيز نظره وفكره في القيمة الحقيقية والتقليدية للجواهر والأعلاق النفيسة وكأن البيروني نفسه يود أن يبعث الطمأنينة والثقة إلى نفس القارئ والإتيان بالقيمة الحقيقية لهذه المنتجات الطبيعية وأنه يعطيها حقا من الاهتمام بلا زيادة ولا نقصان لئلا تغوي المرء بألوانها الزاهية البراقة وما يتبع ذلك من تهالك الناس على اقتناء الذهب والمجوهرات فيهمل أهمية مايمكن تحقيقه بواسطتها في الصناعة والحيل والمعاملات التجارية بين الناس من خدمـــة جلى لسهولة تداولها وجمال تكوينها وبديع صنعها سواء أكانت في باطن الأرض أم بعد اكتشافها واستعمالاتها المتباينة .

٤ – يقدم المؤلف أيضاً آراء أصيلة في غاية الأهمية بما يختص بتاريخ الاقتصاد والسياسة والمجتمع الإنساني مشيراً إلى ما للناحية الدينية من الأثر البعيد في إشادة بناء صرح متين من الخلق الحسن والفضائل بالتمسك بأهداب الدين الحنيف بإخلاص وإيمان قويم صادق بعيد عن المظاهر الزائفة والرياء الكاذب الذي أصبح كسوس ينخر في جسم الأمة كلها حتى صار التدين ثوباً خارجياً ليس إلا .

٥ – بأسلوب رائع منهجي صحيح وواقعي يعطي البيروني رصيداً وافراً في الاصطلاحات اللغوية القيمة في العلوم والحيل والفنون والآداب مؤكداً بذلك مرة أخرى غنى لغة القرآن الكريم ومقدرتها على استيعاب العلوم والمعارف كلها في عصره ومسايرة التقدم فيها فأجاد بذلك أيما إجادة مما يجعل هذه المقدمة آية في الإبداع والإعجاز وفريدة أدبياً وعلمياً من نوعها في الحضارة الإنسانية .

٦ – كان المؤلف نفسه من ناحية عالماً بانتشار طرق الغش والخداع من قبل عدد كبير من جواهريي (جواهرجيي) عصره ومهارتهم في أساليبهم الكاذبة ، ومن ناحية أخرى

بحقيقة ندرة ماكتب حول موضوع الجواهر والفلزات لاسيما من يعين على تعريف أصلها ومنابعها ومعرفة الجيد منها والرديء وأوزانها النوعية وألوانها وصفاتها الطبيعية والكيميائية فأراد بتأليف هذا الكتاب أن يملأ فراغاً في هذا الموضوع الهام فأثرى بذلك الخزانة العربية الإسلامية التراثية بسفر نفيس في بابه ونسيج وحده في فصوله وأبوابه فحق له تخليد الذكر .

٧ ـ وأخيراً يؤكد المؤلف في حراره الفردي ومناقشته ومناظراته الشخصية بأن مشكلة الإنسان الحقيقية ليست هي في أساسها اقتصادية أو سياسية فحسب إنما هي معضلة روحية أخلاقية وأن المال والثراء والجواهر التي يعتبرها الأغلبية الساحقة بأنها هي زينة الحياة الدنيا إنما هي في الواقع ليست كذلك ولاهي شرطاً لتكون عونا في رغد الحياة الأخرى وأن هذا الإغراء والتكالب إن هو إلا مظاهر خلابة تبهر العيون لطلب القوة والسؤدد والغنى الفاني ولكن الغنى الحقيقي الباقي هو غنى النفس بالفضائل الإنسانية ومكارم الأخلاق والقناعة مع التواضع في العيش والعمل للغير مايريد المرء لنفسه وبذلك السعادة المنشودة .

(ملـــخص)

أبو ســـهل الكـــوهي

ج. ل. برغرن

نهدف من خلال هذا المقال إلى تقديم نص محرر عن مراسلات جرت بين عالمين من علماء القرن الرابع للهجرة ، هما أبو سهل الكوهي وأبو اسحق الصابي ، بالإضافة إلى ترجمة بالانكليزية وتعليقات حول شتى مظاهر هذه المراسلات . لقـــد حثت هذة المراسلات في البدء على الدراسة العلمية ، [٦] و [٢٩] ، لأنها تتضمن أبرز النظريات عن مراكز الاثقال التي عرفت يوماً في العصر الاســـلامي الوسيط . من ناحية ثانية ، تتضمن هذه المراسلات أيضاً دراسة واسعـــة حول مسائل مثل مامعنى معرفة النسبة ، وما هي أنواع الأحجام القابلة للمقارنة . وتظهر الدراسة الحيوية للمسائل الرياضيـــة ، المعالجة باسلوب متقن ، الكثير من المواقف العقلية لأي رياضي هام أو رجـــل عادي له اهتمام بالموضوع في ذلك الوقت إضافة إلى ذلك ، فإن هـــذه الدراسة تكشف لنا عن رحلات أبي سهل وعن الناس الذين عرفهم ، كما تشتمل على دراسة موسعة لمسألة هندسية لم تصادف من قبل .

هذه المراسلات موجودة في ثلاث نسخ مخطوطة :

١ ــ مخطوط أياصوفيا ٤٨٣٢، ١٢٩ج ، ١٤٠ظ ، القرن الخامس للهجرة = القـــرن الحادي عشر ميلادي . (يشار اليه I) .

٢ ــ مخطوط القاهرة ــ دار الكتب ، الرياض . ٤٠ م ، ٢٠٩ج ــ ٢٢١ظ ، القرن الثاني عشر هجري = القرن السابع عشر ميلادي . (يشار إليه C) .

٣ ــ مخطوط دمشق ، الظاهرية ، ٥٦٤٨، ١٩٦ج ــ ٢١٤ج ، القرن الرابع عشر هجري = القرن العشرون ميلادي . (يشار إليه D) .

ومقارنة هذه النصوص توحي بأن مخطوط D هو نسخة عن مخطوط C وأن مخطوط I ليس بأصل لـ C .

في دراستنا هذه يشير الرمز (y: ٧/٤x) إلى السطر y من الصفحة x للمخطوط I ، وجهاً أو ظهراً ــ تبعاً للمعنى الملائم في الكتابة العربية . مراجع الوصف ، [x] ، تشير إلى وصف النص الانكليزي ، كما تشير المراجع للاشكال .

موجز المراسلات :

فيما يلي نورد ملخصاً عن المراسلات ، الموجودة فعلاً والرسائل المشار إليها على حد سواء .

الرسالة الأولى :

يعرض أبو سهل في هذه الرسالة التي لم نعثر عليها ، استنتاجاته حول مركز ثقل قوس الدائرة كما يلمّح إلى أن π منُطقة . كما يعد بارسال نسخة من كتابه عن مراكز الأثقـال بالإضافة إلى « الاشكال الباقية » من المقالــة الثانيــة من كتاب أبولونيوس « قطع النسبة المحدودة » .

الرسالة الثانية :

هذه الرسالة ليست موجودة ، ولكن يطالب أبو اسحق فيها تفاصيل عن الموضوعات التي ذكرها أبو سهل في رسالته السابقة ، وخاصة عن أهمية π .

وينقضي بعض الوقت دون أن يجيب أبو سهل على الرسالة . مما يحث أبو اسحق للكتابة ثانية .

الرسالة الثالثة :

في هذه الرسالة الموجودة ، والتي هي الأولى من بين الرسائل الحالية ، يظهر أبو اسحق قلقه لانقطاع المراسلة ويكرر مطلبه في الرسالة الماضية .

الرسالة الرابعة :

هذه هي الرسالة الثانية من الرسائل الحالية الموجودة ،وفيها يعلن أبو سهل عن ضرورة لقائه مع أبي اسحق قريباً لمناقشة نظريات « قطع النسبة المحدودة » . كما يشير إلى الكتاب الذي ألفه حول مراكز الاثقال ، والذي انجز ستة فصول منه ويخطط لكتابة أربعــة أو خمسة فصول أخرى . ويضع مقدمة لمخططه عن مراكز الأثقال ويعرض نظريتين حول مراكز الأثقال للقطاعات الدائرية ولأقواس الدوائر .

يبحث المخطط حول مراكز الأثقال في وضع الشكل I . حيث أن جزء من القطع المكافئ والمثلث المتساوي الساقين مرسومــان داخل نصف الدائرة ABG معاً ،

ثم تُتخيل الأشكال دائرة حول مركز الدائرة (حول خط BD)، بحيث تشكل مخروطاً وجسماً مكافئاً دورانياً ونصف كرة . ويوضح المخطط أين تقع مراكز الاثقال على الخط BD بالنسبة للمسطحات الثلاثة وبالنسبة للمجسمات الثلاثـــة . والنسب التي يعطيها لكل من المخروط والمجسم المكافئ ونصف الكرة هي : ١ إلى ٤ من القطر ، ٢ إلى ٦ ، و ٣ إلى ٨ ، في حين يعطي النسب التالية للمثلث والقطع المكافئ ، ونصف الدائرة : ١ إلى ٣ ، ٢ إلى ٥ ، و ٣ إلى ٧ على التوالي .

وفيما يخص النظريتين ، فإن نظرية القطاع الدائري تشير إلى أنه — الشكل (٢)— اذا كان كلٌ من $\widehat{DEG}$ و $\widehat{BEA}$ قطاعين من دائرتين مركزهما مشترك ونسبة نصف قطريهما هي ٣ إلى ٢ ، فإن مركز ثقل DEG ومركز ثقل القوس $\widehat{BA}$ هو النقطة نفسها تقول النظرية الثانية إنه (في الشكل ٣) إذا كانت E هي مركز للقوس $\widehat{BEA}$ في الدائرة التي نصف قطرها هو EG ، وأنه إذا كان D هو مركز ثقل القوس $\widehat{BEA}$ ، فإن $\widehat{BEA}$: $DG : EG = BA$. وفي النهاية ، فإنه يستخدم المخطط والنظريتين المذكورتين آنفاً لبرهان قيمة ٩/٢٨ .

الرسالة الخامسة :

وهي الثالثة من ضمن المراسلات الموجودة والتي يبين أبو اسحق فيها عدم اقتناعه بأن نسبة الاسطوانة الدائرية إلى الاسطوانة المربعة إذا تساوى ارتفاعهما هي نسبة معلومة . علاوة على ذلك،فهو يصور مايؤمن به على أنه مخالف للصحة المطلقة لقانون القوى . ويستشهد باستنتاج أبي سهل للقيمة المتقلبة لـ π مع النهاية المتناقصة التي برهنها أرخميدس . ويعرض ، في النهاية ، مسألة سمعها حول دائرة معلومة قطعت ، بضلع واحد على الأقل لزاوية معلومة .

الرسالة السادسة :

يناقش أبو سهل في هذه الرسالة ، والتي هي الرابعة من ضمن الرسائل الموجودة ، المعاني الكثيرة لكلمة « معلوم » كما تطبق على النسبة ، اضافة إلى مناقشته لمسألة متى يكون الارتفاعان من طبيعة واحدة . ويصل إلى استنتاج البرهان أن نسبة اسطوانتين لهما نفس الارتفاع ، ومهما يكن مستوى سطحي قاعدتيهما ، هي كنسبة هاتين القاعدتين . ثم بعد ذلك يكشف ابو سهل الخطأ في مثال أبي اسحق المعاكس لقانون القوى مؤكداً أنه أعطى البرهان على قانون القوى . كما يسلم بأن القيمة التي أعطاها لـ π تعتمد على نظريته

حول مركز الثقل لنصف دائرة ، والتي هي النتيجة الوحيدة التي لم يجد لها برهاناً بعد ، ولكنه واثق من إمكانية ايجاد البرهان لأن هذه القيمة تطابق النموذج المناسب للنتائج الأخرى عن مراكز الثقل كما تظهر في مخططه . ولا يوجد تعارض بين أبي سهل وأرخميدس لأن بحث « قياس الدائرة » ليس لأرخميدس ولكنه ينسب إليه فقط . وهذا لأن حسابات هذا البحث التقريبية تجعله مختلفاً تماماً عن أي عمل آخر لأرخميدس الذي كان مهتماً فقط بالنتائج الدقيقة . وتنتهي الرسالة بتركيب رياضي يحل مسألة أبي اسحق والبرهان عليها .

٢ ـ الأشخاص المذكورون في النص :

العلماء الإغريق الذين ورد ذكرهم هم: أرسطوطالس ، إقليدس ، أرخميدس ، أبولونيوس ، جالينوس ، بطليموس ، وأبرخس . أما علماء العالم الاسلامي الذين ورد ذكرهم فهم : ثابت بن قرة ، ابراهيم بن سنان ، أبو سعد العلا بن سهل ، والغير معروف أبو شجاع شهريبان بن سرخاب ، وقاضٍ يدعى أبو علي ريباس بن برناس ، وأبو المفضل الأنصري . (وإن اسم القاضي في جميع المخطوطات غير منقط ، كما أن المحاولات العديدة لوضع النقط لم تؤد إلى أي اسم في المراجع الأساسية) .

ويظهر النص عدة مفاهيم خاطئة عن المؤلفين الإغريق ، فمثلاً يعتقد أبو سهل أن اقليدس عاش بعد أرخميدس (١٣٦ج : ٤ـ٦) ، وأن بيانه بعزو « قياس الدائرة » إلى أرخميدس هو خاطئ (١٣٦ج : ١٦) ، كما أن بيانه عن محاولة الاقتراب من مسألة إيجاد مساحة جزء من القطع المكافئ بتجميع المثلثات على أقطارها هو شيء لايمكن لأرخميدس أن يقوم بفعله قط (١٣٨ظ :١ـ١٢) . ومن ناحية ثانية ، وفيما يتعلق « بقياس الدائرة » ، فإن ج. سسيانو يشير في (٢٩) إلى أنه قد انتشرت في أرجاء العالم الاسلامي نسخة من هذا البحث حيث أن برهان الجزء الأخير من المقطع ٣ كان ناقصاً ، مما جعل البحث يبدو أقل جدية بالنسبة إلى أبي سهل . وهذا يفسر أيضاً ماالذي جعل أبو سهل في (١٣١ ظ : ٢٤ ص‌ص) يشعر أن باستطاعته تفسير التناقض بين القيمة التي أعطاها لـ π مع النهاية المتناقصة التي برهنها أرخميدس بأنه نتيجة لخطأ نسخي بسيط . أما بالنسبة لاعتقاده حول كيف اكتشف أرخميدس مساحة القطع المكافئ ، فإننا يجب ان نتذكر أن هذا البحث كان معروفاً لدى الكتاب العرب في العصر الوسيط فقط من خلال ذكر نتيجته الرئيسية في مقدمة كتاب « الكرة والاسطوانة » .

٣ – تاريخ المراسلات :

بما أن تاريخ وفاة أبي اسحق يعود إلى ٣٨٤/٩٩٤، فهذا يعني أن المراسلات قد كتبت قبل هذا التاريخ . إضافة إلى ذلك فإننا نعلم من خلال مقدمة بحث أبي سهل عن بنية مسبع منتظم (باريس ٤٨٢١ ص ١٧ج) أنه قد حدث ازدهار للعلوم أثناء حكم الملك البويهي عضد الدولة . وأن علم الأوزان ومراكز الأثقال قد ذكر بتفصيل تام . وفي اعتقادنا أن أبا سهل هنا يشير إلى اكتشافاته الخاصة والتي لخص بعضها في هذه المراسلات ، مما يعني أن المراسلات قد حدثت أثناء حكم عضد الدولة أو بعده نحو ٣٦٧/٩٧٨–٣٧٣/٩٨٣ .

أما الدليل الثاني لعهد المراسلات فهو الأحد ، الثامن من صفر وهو اليوم الذي أرّخه أبو اسحق لرسالته الأولى . وحيث أن أبا اسحق كان موظفاً حكومياً ولم يكن باستطاعته أن يستعمل تقويم الفلكيين (انظر كينيدي [١٦ ، ص ٢٣٢] في مايتعلق بالتقويمات المختلفة) ليؤرخ مراسلاته ، لذلك فإنه باستطاعتنا نحن أن نعد بياناً بالتواريخ المحتملة لرسالة أبي اسحق الأولى،وبكلمة أخرى الأعوام بين ٣٦٧و ٣٨٤ عندما يصادف الثامن من صفر يوم الأحد ، وهذه الأعوام هي : ٣٦٨/٩٧٨،٣٧٣/٩٨٣ و ٣٨١/٩٩١ (انظر فوستنفلد [٣]،ص ٩١) . التاريخ الأول هو الأقل احتمالاً بين التواريخ الثلاثة لأنه كان سابقاً جداً لأوانه أن يكون أبو سهل قد أنجز الكثير حول نظرية المراكز في عهد حكم عضد الدولة . كما توحي هذه المراسلات . كذلك كان أبو اسحق قد سجن آنذاك من قبل عضد الدولة وطُلب منه أن يشرع بكتابة تاريخ البويهيين وذلك تكفيراً عن عدم مساندته لقضية عضد في السابق . أما التاريخ الثاني،والذي يصادف مباشرة نهاية حكم عضد ، فهو محتمل جداً ، ولكننا نعتقد بأن أبا سهل كان محبوباً من قبل عضد وأنه مكث في بغداد طوال فترة حكمه . وإذا كان هذا صحيحاً فإنه لمن الصعب أن يتوافق هذا التاريخ مع شكوى أبي اسحق في المراسلات بأن « الزمان لا يفيه حقه » . أما ما يتوافق مع هذه الملاحظة فهو الاحتمال الأخير . أي ٣٨١/٩٩١ . ذلك لأنه في ذلك الحين توفي شرف الدولة – آخر أنصار أبي سهل – كما أن مرصد المراقبة في حديقته – حيث أدار أبو سهل الملاحظات التي شهدها أبو اسحق كان قد أغلق . وهذا قد يوضح كيف بدأت المراسلات بين أبي سهل وأبي اسحق ، أي إنهما قد تعارفا في بغداد حوالي عام ٣٧٨/٩٨٨ . وإن اهتمامهما المشترك في الأمور العلمية أدى إلى صداقتهما التي

أدت فيما بعد إلى قيـــام هذه المراسلات وذلك بعد وفاة شرف الدولة عام ٩٨٩ عن عمر يناهز السابعة والعشرين ومغادرة أبي سهل لمدينة بغداد .

وعلى الرغم من أن عام ٩٨٣/٣٧٣ هو مجرد احتمال ، فإننا نستنتج على ضوء هذه التقديرات أن أهمية الشواهد تؤيد حدسنا بأن المراسلات حدثت خلال عام ٩٩١/٣٨١ .

٤ ــ مراكز الثقل في المراسلات :

إن نتائج مراكز الثقل للمسطحات الثلاثة ولمجسماتها الدورانية في رسالة أبي سهل الأولى الموجودة هي صحيحة ، باستثناء النسبة ٣:٧ لنصف الدائرة . وبرغم أن أرخميدس قد برهن النتائج الصحيحة الخمسة ، إلا أننا نعلم من خلال شهادة أبي سهل في مقالـــه عن « حجم المجسم المكافئ الدوراني » ــ [٢٦، العدد ٦ ، ص ٣]ــ أن اكتشافه لمركز ثقل المجسم المكافئ الدوراني ، وربمـــا لنصف الدائرة ، حصل دون معرفته لنتائج أرخميدس . وحيث أننا ليس لدينا علم عن إرسال أي مقال إلى المؤلفين العرب يحتوي على نتائج القطع المكافئ أو المخروط ، لذلك يجب علينا أن نفترض أن اكتشافات أبي سهل هذه هي اكتشافات مستقلة . إن النتائج المتعلقة بالمثلث يمكن لأبي سهل أن يكون قد عرفها من مصادر قديمة مثل « الميكانيكا» لهيرون ــ الكتاب الثالث لبابوس [٢١] ــ أو من كتاب بعنوان « كتاب عن مراكز الثقل » والذي ذكره أرخميدس في مقاله عن « إنشاء مسبع منتظم في دائرة » على أنه موجود . ومع ذلك فنحن على يقين بأنه أياً كانت الكتب التي بحوزته عن هذا الموضوع فإنها لم تتضمن برهاناً على قانون القوى .

وإن إفادة أبي سهل في ١٣٥ج:١٣ أن « ثابت » تناول قانون القوى كمقدمة لهو أمر محير حيث أن المسألة ٣ من مقال «ثابت » عن «القرسطون» [٣٣] مخصصة لإيجاد برهان على هذا القانون ، على الرغم من أنه ، على الأرجح، لم يُرض أبو سهل والذي اعتبره دون شك أقرب إلى بحث مُعدٍ لجعل النتيجة مقبولة من أن يكون برهاناً .

أخيراً ، فإن نظريتي أبي سهل عن مراكز ثقل قطع دائرية هي صحيحة تماماً ، كما أنها ليست معروفة في العلوم القديمة . ومن ناحية ثانية ، ليس لدينا أي تلميح كيف تمكن أبو سهل من برهانهما مع أن النظرية الأولى يمكن أن تكون مستنتَجة من تقديرات متناهية في الصغر (انظر (٦، ص٨)،والنظرية الثانية مستنتَجة من نظرية بابوس ــ جولدين .

٥ ــ ملاحظات متنوعة حول النص :

في ١٣٠ ظ : ٢٧ــ٢٩:

إن الأشكال العددية قريبة جــداً لتلك الموجودة في مخطوطة مكتبة بودلين عن « **القانون المسعودي**» (نسخ عام ١٠٨٢ ميلادي) الذي نشره ر.ا.ك إيراني [١٥، لوحة١ ، ص ٤] في دراسته عن الأشكال العددية العربية . وإن الأعداد المكتشفة في C اكثر ما تختلف في الأشكال «٢» ، «٦» ، «٨» . ولاتظهر الأعداد في D لأن المخطط نفسه غير موجود .

في ١٣١ج : ١٦

بما أن الأسطوانة المربعّة لم تذكر في رسالة أبي سهل السابقة، وبما أن الأسطوانة الدائرية ذكرت فقط في سياق موضوع تحديد الحجم (١٣٠ظ : ١٠ــ١١) فإنه على مايبدوأن أبا اسحق يجيب على رسالة سابقة لأبي سهل غير متوفرة لدينا . وهذا الشعور معزز من خلال ذكر أبي سهل لرسالتيه السابقتين في ١٣٣ج : ٢ .

في ١٣٣ ظ : ١ــ٢

إن كلمة **تحليل** هي ترجمة عربية للكلمة اليونانية ἀνάλυσις ، والتي يوضحها بابوس في الكتاب السابع من هذه **المجموعة الرياضية** ، [٢١ . ص ٦٣٤] . وبرغم أن هــذا الكتاب لم يكن معروفاً لدى المؤلفين العرب ، فإن العديد من الأعمال التي يصنفها بابوس على أســـاس أنها تنتمي إلى **خزانة التحليل** ، مثلما كان كتاب **المعطيات** لاقليدس ومقالات أبولونيوس المتنوعــة . ويشير أبو ســـهل في ١٤٠ ظ : ١٥ إلى أبولونيوس كشخص عالج المشاكل بالتحليل والتركيب . وإن أول عمل عربي معروف ذكر التحليل هو بحث **في طريق التحليل والتّركيب** (حيدر آباد،١٩٤٧) لابراهيم بن سنان (٢٩٦/٩٠٩ــ ٣٣٥/٩٤٦) . كما أن الكوهي نفسه ألف بحثين في مسائل هندسية حُلت بطريقة التحايل (العددان ٨،٩ من الجزء ــ ٥ ــ لسزكين [٣٠،ص ٣١٩]) . ونجد وسط جدول عناوين أعمال ابن الهيثم ذكر خمسة تحليلات من بينها واحدة فقط نعلم بوجودها اليوم والتي هي **في التحليل والتّركيب** . وتشير هذه الأمثلة إلى أهمية هذا المنهج في القرن الرابع للهجرة . إن تفسير كلمة σύνθεσις اليونانية هي كلمة **تركيب** التي يمكن أن تشير إما إلى عكس كلمة **تحليل** (انظر آنفاً)، وفي هذه الحالة فإنها تترجم بكلمة (Synthesis) ، أو أنها تشير ،

كما هي الحال هنا ، إلى العملية الناتجة من تناسب ا : ب = جـ : د النسبة (ا + ب) :ب= (جـ + د) : د ، وفي هذه الحالة فإنها تترجم بكلمة (Composition) .

في ١٣٥جـ : ١٤

إن عزو الاهتمام بعلم الحيل لأبي سعد هو شيء حديث يُظهر أن الاهتمام في علم الحيل النظري في القرن الرابع الهجري كان إلى حد أبعد مما كان يُعتقد به حتى الآن .

في ١٣٨ ظ : ١ وما يتبع :

المثلثات هي **على أقطاره** ، بمعنى أن كل مثلث يحتوي على جزء من القطر كخط متوسط . فمثلاً : في الشكل ١١ ، الخط المتوسط للمثلث BEG هو الخط النازل من E (على الضلع BG والذي هو جزء من قطر القطع المكافئ الأصلي . وهذه النتيجة تؤول إلى **مخروطيات** أبولونيوس ، I ، ٤٦ . إن خاصية مساحة هذه المثلثات ،والمذكورة في الأسطر ١ــ٤ ،شكلت قاعدة لإحدى مربعات أرخميدس بالنسبة إلى القطع المكافئ . هذه الخاصية كانت أيضاً حلقة هامة في مناقشة ابراهيم بن سنان (والتي نفترض أن أبا سهل قد وجد الوقائع ضمنها) .

٦ ــ ماتحتويه المراسلات من علاقات رياضية :

تظهر أغلب مسائل العلاقات الرياضية في المناقشة حول مركز ثقل نصف دائرة . وفيما يتعلق بسلسلة الأعداد الصحيحة التي تظهر في النسب موضحة شيئا يعتبر طبيعياً ، فإن أبا سهل يضع نفسه وسط هؤلاء الرياضيين والفلاسفة الذين يؤمنـــون بأن أقصى درجات الحقائق في الطبيعة يعبَّر عنها بواسطة الأعداد الصحيحة ونسبها . إن علم مراكز الأثقال هو في الآخر حول الطبيعة . ويَعتبر الكوهي جدوله في نسب الأعداد الصحيحة على أنه تعبير مميز عن الطبيعة بحيث أنه سيصبح محيّراً لو أن الحلقة الأخيرة في هذه السلسلة الظريفة من الأعداد انقطعت في حين بقيت الخمسة الأخرى صحيحة .

ومن ناحية ثانية ،فإن أبا اسحق يبين أنه لو كان علم مراكز الأثقال **برهانياً** واستنتاجياً بآن واحد كما هي حال الطبيعة ، عندئذ يجب أن تفي نتائجه المعيار المزدوج للتماسك مع النتائج الأخرى المبرهَنة والتجارب الفيزيائية . وإنه لمن الضروري الإشارة إلى أن دراسة أبي اسحق المعتمدة على المعيار الأول من هذين المعيارين هي أنجح بكثير من دراسته المعتمدة على المعيار الثاني والتي ليست إلا مجرد تجربة عقلية معالجَة وفق الافتراض أنه

إذا توازن شيئان عند نقطة الارتكاز كانا من وزن واحد (لايجاد هذا المفهوم الخاطئ في المؤلفات السابقة ، انظر [٥،ص ١٠١]) .

ويقر أبو سهل بأن العنصر الأساسي في تعديله للدائرة لم يبرهَن بعد (١٣٧ظ : ٢٠)، ثم يشن هجوماً على مصادر أبي اسحق معتمداً على أساس أن بحثه حول « **قياس الدائرة** »، ولكونه تقريبي فقط ، هو شيءٌ لايدعو إلى الفخر بالنسبة لمهندس عصري شهير ، إذا تركنا أرخميدس جانباً . وهكذا فإن أبا سهل يعتبر العلم الإيضاحي كعلم نتائجه دقيقة وليست تقريبية . وإلى هذا الحد يعتبر أبو سهل التقريبات لتكون من الرياضيات الإيضاحية ، إلى أن اختتم بأن البحث ليس لأرخميدس ، بل هو منسوب إليه فحسب . وتوحي ملاحظات أبي سهل بأفضلية ترك المناهج التقريبية للتابعيين أمثال جالينوس وأرسطوطالس، الذين أُسست معرفتهم على الاعتقاد والأرجحية فقط .

وتُعد اعتراضات أبي اسحق بأن النسبة بين اسطوانتين هي معلومــة إذا كانتا من «جنس واحد»– وإلا لكانت غير معلومة من نواح أخرى – جديرة بالاعتبار . وترجع هــذه الفكرة التي كررها الجيّاني [٢٣،ص٢٠] ، إلى أرسطوطالس . ويستشهد أبو سهل بأرخميدس لتفنيد ذلك (١٣٣ج : ٢٦) ، برغم أنه ، دون معرفة بالمسألة ١٨ التي « عن اللوالب » ، يجب أن يكتفي بالتشابهات الجزئية المستنتجة من «الكرة والأسطوانة» . والدليل الآخر على استخفاف أبي سهل بفكرة « الجنس » في علم الرياضيات نجده أيضاً في ١٣١ظ : ٢ (حيث يتبنى نسبة قوس إلى خط) ، وفي ١٣١ظ : ٤ (حيث يتبنى حاصل قوس وخط)،وفي ١٣٤ج : ١٥ (حيث يعرِّف الأسطوانة على أنها ناتج خط ودائرة) ، وهذه كلها لم يكن بوسع أرسطوطالس أن يتخيلها .

في ١٣٣ج : ١٩ ومايتبع يبحث أبو سهل في معنيين ممكنين لمعرفة النسبة . المعنى الأول أن المتقدم هو كذا مرة وكذا جزء من الناتج (نسبة الكم)، وهو هنا يعطي تعريف النسبة التي استعملها البيروني فيما بعد في [٧، ص ١١] على أنها « كمية مقدار أحدهما من الآخر » . ولقد استُخدم هذا المعنى من قبل علماء الجبر وعلماء الفلك،ولكن أبا سهل لن يستعمله كما يقول . أما المعنى الثاني فهو أن معرفة النسبة تتم عندما نستطيع إيجاد ارتفاعين بنفس النسبة على أنهما حدّيها (نسبة الوجود) . وإن بيانه وبرهانه (١٣٥ظ : ١٤ ومايتبع) ، أن نسبة الاسطوانة الدائرية إلى الاسطوانة المربعة هي كمثل قاعدتيهما، يبدوان مبتكرَين ويبينان أن النتائـــج في علم الرياضيات ليست خاضعة لأية قيود مسبقة كالتي قد تحدُ

من قابلية مقارنة المنحني والمستقيم . غير أنها مقيدة فقط بمعيار أنها يجب أن تكون قابلة لأن تبرهن على أساس مجموعة محددة من المقدمات المنطقية .

وهذا الرأي لأبي سهل هو مايشعر أغلبية علماء الرياضيات العصريين أنه مشابه لآرائهم .

وفي النهاية يستعمل أبو سهل المصطلح الفني « مقدّمة مسلّمة » — المأخوذ من علم المنطق العربي — على أنه النقيض لـ « مقدّمة ضرورية » لكي يميز المقدمات المنطقية التي يسلّم بها بدون أن تكون مرفقة ببرهان [١٠ ، ص١٥١ ، و١١ ، ص١٣] مثل تلك التي عند اقليدس . والتي هي جزء أساسي من النظام الاستنتاجي الشامل . ويذكر أيضاً أن ما يقصده بكلمة « مقدّمة » النتيجة التي يجب برهانها . والتي تتوقف عليها النتيجة الأساسية . وهذه تنسجم تماماً مع المصطلح الحديث « فرضية » .

٧ — مسألة حول دائرة قطعت بزاوية ما :

المسألة . في أبسط أشكالها ، هي بشأن دائرة قطعت بالقطر BG والمماسة عند B . والمطلوب هو إيجاد نقطة Z على محيط الدائرة بحيث أنه إذا قَطع المماس عند النقطة Z المماس والقطر عند النقطتين A و D على التوالي ، فعندئذ تساوي النسبة AZ:ZD نسبة معلومة . ولكن هذه الحالة ، كما يشير أبو اسحق ، هي حالة خاصة في المسألة عندما يكون BG هو أي وتر من الدائرة . وسوف نوجز حل أبي اسحق لهذه المسألة .

بالتحليل يمكننا أن نفترض أن الطلب AZ:ZD معلوم فإذاً النسبة AZ:AD وبالتالي النسبة AD:AZ معلومتان . ولكن ZA و AB هما مماسان للدائرة في النقطة A ، وهكذا فإن AZ = AB ، والنسبة AD : AB معلومة . علاوة على ذلك . فإن الزاوية B ونسبة الضلعين AD : AB في المثلث ABD هي معلومة . وبالتالي فإن المثلث ADB هو « معلوم الصورة » . وبما أن الزاوية D أصبحت الآن معلومة فيمكننا أن نرسم الخط GT فيكون $\widehat{ADB} = \widehat{TGB}$ وآنذاك ستكون Z نقطة تقاطع الدائرة مع الخط EH المرسوم عمودياً على GT ، وهكذا سيكون مماس الدائرة في النقطة Z هو الخط المطلوب .

والحالتان الباقيتان اللتان لم يستطع أبو اسحق حلهما هما عندما لا يكون AB مماساً للدائرة . وسنبدأ الآن بطرح فكرة عامة عن حل أبي سهل للمسألة ، ملحقة بإشارات إلى سطور ضمن النص حيث تتوفر التفاصيل .

الشكل ١٢ : المسألة :

(١٣٨ظ : ٢٦—٢٩) لدينا المركز D ونصف القطر DB للدائرة ABG ، بالإضافة إلى الزاوية ZEW التي تقطع الدائرة المعطاة بضلع واحد على الأقل . كما لدينا أيضاً المسافة من رأس الزاوية إلى مركز الدائرة . والزاوية ZED ونسبة قطعتين دائريتين HT : TK والمطاوب أن ننشئ نقطة B على جزء من الدائرة ضمن $\widehat{ZEW}$ حتّى إذا قطع المماس عند النقطة B ضلعي $\widehat{ZEW}$ في النقطتين Z و W تكون عندئذ WB : BZ = HT : TK نلاحظ أن اعتبارات الاستمرارية ترتأي أنه سيكون للحالات المطروحة هنا حاول .

الانشـــاء :

(١٣٨ظ : ٢٩— ١٣٨ج: ١٠) أنشئ على خط القطعة الدائرية HTK قوساً دائرياً KLH لتكون $\widehat{ZEW} = \widehat{KLH}$ ثم تمم الدائرة KLM وأنشئ الوتر LTM ⊥ HTK .

ارســم الآن الخط DE ومدده في الاتجــاهين حتّى النقطتين N و O ليكون DE : EN = DS : SO = LT : TM . وبما أن الزاوية التي يصنعها هذا الخط مع القاطع AGE مفترض أنها معلومة ، لذلك اختر نقطة F على الدائرة KLM بحيث تتساوى الزاوية في القطاع الدائري KMHLF مع $\widehat{DEG}$.

ثم ارسم الخط DC بحيث يكون $\widehat{FKL} = \widehat{EDC}$ ، والخط DQ بحيث يكون $\widehat{EDQ} = \widehat{MLF}$ ، وبعدئذ ارسم NR ∥ DC . والآن أدخل القطاع DO ضمن الزاوية NRQ بحيث تنحرف باتجاه E ، وبكلمة أخرى أنشئ الخط CEQ ليكون YQ = DO .

وأخيراً ، اختر t على الدائرة KLM بحيث يكون $\widehat{LMt} = \widehat{DQE}$ ثم أوصل t إلى كل من K, F, L, H . آنذاك يكون مماس الدائرة ZBW المتشكل هو الخط المطلوب ، بحيث يكون $\widehat{AZB} = \widehat{tKH}$.

البرهـــان :

المراحل الأساسية هي التالية : في البداية (١٣٨ج : ١٠—١٩) اختر النقاط K, Θ على CQ بحيث يكون DS = EΘ = YK . ويظهر أبو سهل في البداية أن DB:DE = XT: xt والتي هي النتيجة الوحيدة الضرورية في الملحق .

ويلاحظ أبو سهل (١٣٨ج : ٢٩–١٣٩ظ : ٥) ان المثلث $\overset{\Delta}{(EDd)}$ يشابه المثلث $\overset{\Delta}{(tx\Gamma)}$.
كما أنه يحرز من التناسب الناتج . $DE:Dd = xt:x\Gamma$. ومن التناسب السابق . التساوي $DB:Dd = xT:x\Gamma$ والذي يتلو منه $BD : Dd = T\Gamma:x\Gamma$.

وبعد ذلك يبين أبو سهل في (١٣٩ظ : ٦–١٢) أن التشابه المذكور آنفاً يقتضي أن $Dd \; ; Ed = x\Gamma: t\Gamma$ وهكذا . وبالتساوي. يكون $Bd:Ed = T\Gamma:tf$. ويستنتج أبو سهل من هذا ومن التشابه بين المثلثين $\overset{\Delta}{(BdZ)}$ و $\overset{\Delta}{(T\Gamma K)}$. أن $EZ:dZ = tK:\Gamma K$. والذي منه . ومع نفس التشابه . يحرز المساواة : $EZ:ZB = tK:KT$. وأخيراً (١٣٩ظ : ١٢–١٥) فإن تساوي $\hat{Z}$ مع $\hat{K}$. و $\hat{E}$ مع $\hat{t}$ يشمل التشابه بين $\overset{\Delta}{(EZW)}$و$\overset{\Delta}{(tKH)}$ الذي،مع ماسبق . يتضمن

$$WZ:ZB = HK:KT$$

وهكذا :

$$WB:ZB= HT:TK$$

والذي هو برهان النظرية .

كذلك هو برهان أبي سهل للحل الذي اقترحه . ومن ناحية ثانية، يبرز السؤال حول تكوّن المسألة وحل أبي سهل لها . وفي رأينا أن الاثنين مرتبطان بعلاقة وثيقة لأننا نعتقد أن المسألة نشأت كمسألة إنشاء هندسي من النوع الذي يُحَل بطريقة التحليل عادة . وبرغم أنه لم توجد مراجع أخرى لهذه المسألة الدقيقة في المؤلفات التي بحثنا فيها . فإن مسائل من نفس النوع مع نفس المصطلحات يمكن أيضاً اكتشافها في أبحاث ابراهيم بن سنان بن ثابت [٣٠ . الجزء ٥ ، ٢٩٤] وفي أبحاث ابن الهيثم [٣٠ ، الجزء ٥ . ٣٦٨] حول التحليل والتركيب . وهكذا . وبسبب أن المسألة نشأت ضمن دائرة المسائل . فإن أبا سهل يعطي. بالاضافة إلى إعطائه التركيب في الحالة العامة ، ليس أقل من أربعة حاول للحالات الخاصة . وحتى أنه يعتذر عن عدم إعطائه التراكيب هنا وأيضاً على أساس أنه لم يود أن يطول البحث كثيراً .

ولكن. عندما نفترض أن $TX:Xt = BD : DE$. فإننا نحتاج إلى شكل دوراني من نوع سائد : أي أن القوس $\widehat{MHL}$ والوتر MTL من الدائرة محددين، بالإضافة إلى النقطة (F) ، على الجانب الآخر من الوتر . ونفترض بعدئذ إنشاء القطاع الدائري tx باتجاه النقطة F فتكون النسبة $TX:xt$ مساوية لنسبة معلومة، أي BD,DE . وهذا في الواقع تعميم لما يصفه أ.ي. صبرا [٢٧،ص ٢٠٠] على أنها خامس فرضية هندسية من الفرضيات الهندسية الست التي استعملها ابن الهيثم في كتابه «المناظر»: « من نقطة E خارج الدائرة التي قطرها AB

ومركزها G نرسم الخط الذي يقطع محيط الدائرة في النقطة D والقطر في النقطة D بحيث يكون DZ مساوياً لـ ZG » .

ماتصوره أبو سهل أنه كان يمكن حل هـذه المسألة بمسألة أبسط ظاهرياً ، أي : بإعطاء ضلعين RN و RQ لزاوية ما ، ونقطة E ليست ضمن الزاوية ، وخط DO مرسوم من خلال E مشكلاً الخط EYQ المتقاطع مع ضلعي الزاوية في Q و Y بحيث يكون YQ = Do . ١٣٨ج : ٦ .

أما بيانه المتعلق بمسألة الدوران — « لقد بيّنا كيفية عمل ذلك في عدة أماكن ، وفي أحوال كثيرة يمكن أن يصادف أن لانحتاج إلى اللجوء إلى القطاعات المخروطية » — (١٣٨ج : ٦–٧) فيشير إلى استعمال القطاع المخروطي لحل المسائل الدورانية . وهذا التطبيق يعود إلى العصور الهلنستية (لمزيد من التفاصيل ، انظر هوجندايك [١٤ أ]) . كما أنه لحل المسائل الدورانية ، يستعمل المرء ما وصفه أبو سهل عن طريق ابن الهيثم في كتابه « كتاب المناظر » .

وهنا أيضاً ورد اسم ابن الهيثم . ولقد حدسنا سابقاً أن المراسلات قد كتبت حوالي ٣٨١ للهجرة ، عندما كان ابن الهيثم يبلغ من العمر السادسة والعشرين ، وأدركنا أن أبا سهل كان يكتب في البصرة — مكان إقامة ابن الهيثم — إلى أن ذهب إلى مصر وهو في سن الخامسة والثلاثين تقريباً . كما أننا نعلم أن الخازني [١٨ ؛ ص ٢٦] قد ربط بين اسميهما في معالجته لموضوع مراكز الثقل . لذلك فإنه من المحتمل أن يكون أبو سهل وابن الهيثم قد التقيا شخصياً في البصرة حوالي ٣٨١ ، وأن المواضيع التي بحثاها معـاً شملت على الأقـل مراكز الثقل ، والتحليل والتركيب ، والإنشاءات الدورانية . ولكن سواء حدث هذا فإنه يجب ترقب أبحاث أخرى عن أعمال هذين الرجلين .

وعن الجزء الرياضي المتبقي من المراسلات ، فإن التحليلين الأول والثاني لأبي سهل هما تحليلان دقيقان . وبإمكاننا أن نتناول التحليلين الثالث والرابع (١٣٩ج : ١٨) و(١٤٠ظ : ٨) ، حيث نحيل القارئ إلى الشكل ٢٠ المؤلف من أربعة أشكال في النص . ونلاحظ في هذا الشكل أن النقطة B قد اكتشفت على الدائرة بحيث أنه إذا كان WBZ هو المماس فيكون عندئذ WB:BZ مساوياً لنسبة معلومة . (وهكذا فإن WZ:BZ و WZ,WB هما معلومان ، ولكن WB, BZ , او WZ ليست معلومة . وإن أي نصف قطر مثل DB هو معلوم . كذلك فإن DE او EG معلومتان ، وهذا هو كل ما في الأمر) .

التحليل الثالث :

دع أنصاف الأقطار WE و BD تمتد التلاقي عند T″ . ونظراً لأن ED:DB = T″ E:BZ وكلاً من ED, DB معلومتين فإن النسبة الأخيرة هي معلومة . كذلك فإن BZ:ZW هي معلومة . وهكذا فإن T″E:ZW تصبح معلومة بالتضاعف T″E²:ZW² . ولكن ZW²:ZW.WB = ZW.WB هي معلومة أيضاً فيكون . وبالتضاعف . T″E²:ZW.WB معلوماً . ولكن بتشابه المثلثين T″WB و ZWE فإن ZW.WB = T″W.WE فتصبح T″E²:T″ W.WE معلومة .

ويخلص ابو سهل الآن إلى أن T″E:WE هي معلومة . ومع أنه لايعطينا أي تفسير لهذا الاستنتاج فإننا نستطيع أن ندرك صحته كما يلي : لنفترض أن T″E = C, EW = b, T″W = a ، فيكون a = b + c وتكون النسبة المعلومة (T″E)² : T″W.WE = c² : a.b = c² : (b+c) . b = 1: (b/c+1) b/c وهكذا يكون b/c (b/c + 1) معلوماً . وبما أن كلاً من الناتج والفارق ، b/c - (b/c + 1) = 1 معلوم فإن أبا سهل اعتبر على الفور أن b/c معلوم . ولكن هذا هو عكس النسبة المرغوبة تماماً ، c/b ، وهذه الأخيرة هي معلومة .

وأخيراً ، وبما أن كلاً من WZ:T″E و T″E:WE هما معلومتان ، فإن الكوهي يصل إلى أن WZ:WE معلومة . وبما أن المثلث القائم الزاوية EWZ معروف بشكله (معلوم الصورة) والزاوية EZW معلومة ، فإن هذا يجيز لنا أن نرسم المثلث الذي يحل المسألة .

التحليل الرابع :

هذا الجزء يمكن عرضه كما يلي : WZ:ZB = WZ.ZB:ZB² معلومة ، ولكن وفقاً لمثلثات مشابهة (قائمة الزوايا) فإن WZ.ZB = EZ.ZD ووفقاً لكتاب اقليدس الجزء الثالث، ٣٦ ، ZB² = GZ.ZA ،فيكون EZ.ZD:GZ.ZA معلوماً . ثم بحسب كتاب أبولونيوس « النسبة المحددة » فإن النقطة Z معلومة . (وبما أن تعيين النقطة Z بعد معرفة النسبة EZ.ZD: GZ . ZA هو — بحسب هيث ١٢، ص١٨٠ — موضوع بحث أبولونيوس والذي ندركه من العنوان « القطاعات المحددة » ، لذلك فإن استشهاد أبي سهل بكتاب « النسبة المحددة » هنا يسمح لنا باعتبار هذين البحثين على أنهما بحث واحد) .

وهذا كله يحمل طابع علم الرياضيات الجيد . وإن المسألة بشكلها العام هي مسألة ليس حلها بالأمر السهل ، ومع ذلك فإن بعض الحالات الخاصة هي من السهولة لدرجة كافية لآن تعطى إلى مبتدئ ذي صلة بالموضوع . إن القدرة على الإبهاج من خلال الرغبة

الفكرية المطلقة في إيجاد الحلول المناسبة للمسائل الصعبة تُكَوِّن ميثاقاً عاماً بين رياضي كل الأزمنة والحضارات .

٨ – **استنتاجات :**

الصورة التي نشأت من خلال هذه الدراسة تضيف إلى معرفتنا عن تثقيف عالم هام من القرن الرابع الهجري . إن **اصول ومعطيات** إقليدس، « وقياس الدائرة » (في نسخة مقطوعة)، « الكرة والأسطوانة» ، « فرضيات » أرخميدس ،« القطاعات المحددة » لأبولونيوس ، و« **المجسطي** » لبطليموس ، هذه كلها كانت مألوفة تماماً لدى أبي سهل بالإضافة إلى بعض كتابات جالينوس وأرسطوطالس . وعلاوة على ذلك فلقد قرأ أعمالاً (ليست قابلة للمطابقة في الوقت الحاضر) لأرخميدس وإقليدس حول مراكز الثقل . كما أنه قرأ أعمالاً لبعض المؤلفين الذين عاصروه أمثال ابراهيم بن سنان ، أبو سعد العلا بن سهل ، وثابت بن قرة .

لقد عززت دراستنا الهدف الذي أشار إليه ع . أنبوبا ٣، ص ١٣٧ (حاشية) حول أهمية تطور الرياضيات في القرن الرابع الهجري . وعلى مايبدو ، فإن أبا سهل قد بذل بعض الجهد لكي يبقى على اتصال مع مجموعة كبيرة من العلماء ، لأنه – بالاضافة إلى أعماله الثمانية الأخرى المسماة « رسائل » والتي أوردها سزكين – كان وفي كثير من الأوقات خلال حياته، على اتصال شخصي مع أبي حامد الصغاني وأبي الوفا البوزجاني وعبد الرحمن الصوفي ، ومن المحتمل ابن الهيثم .

وأخيراً ، تكشف لنا هذه المراسلات أن أبا سهل كان رياضياً مهتماً بأسس تعليمه ، وأنه كان يمتلك ، علاوة على ذلك ، قدرات خلاقة هامة وخبرات فنية . والبرهان المؤثر بصورة خاصة بالنسبة إلى ابتكاراته موجود في نظريتيه حول مراكز الثقل لقطاعات وأقواس دائرية والتي تصنَّف مع اكتشافات أرخميدس الفنية في الجمال ونفاذ البصيرة . وفي النهاية . فإن حله لمسـألة الدائرة المقطوعة بزاوية يُظهر لنا تبصره في اختصار الحالة العامة إلى الشكل التلقيدي لمسألة الدوران ، وخبرته الفنية في انجاز برهان هندسي شديد التعقيد .

يمكن للإسلام ، كغيره من الحضارات العريقة ، أن يتباهى بعلمائه الذائعي الصيت، امثال ابن الهيثم والبيروني وعمر الخيام ، ولكننا لوتساءلنا كيف تمدنا الحضارة بمفكرين لهم مثل هذه المكانة ، فيجب على الأقل أن يكون جزء من الإجابة أنها قدمت لنا بعض المفكرين الذين هم في مكانة أبي سهل الكوهي .

مراجعات الكتب
في مجلة تاريخ العلوم العربية

ملاحظات للمراجعين

تشكل الملاحظات التالية الأطر العامة لعملية مراجعة الكتب :-

١ — يجب أن تنقل المراجعة فكرة واضحة عن موضوع ومحتويات الكتاب ، ولكن ذلك يجب ألاّ يشغل حيزاً كبيراً في المراجعة .

٢ — إن المصادر التي تم الرجوع إليها في إعداد الكتاب وطريقة استخدام المؤلف لها تحتل أهمية خاصة . ويحتل قدراً كبيراً من الأهمية أيضاً الترتيب العام للكتاب وشمولية الفهارس والجداول والرسوم والصور .

٣ — إنّ جلّ ما تقوم به المراجعة — في رأينا — هو ما تقدمه من تقييم لمكانة الكتاب الذي تم مراجعته ضمن الكتب التي تطرح موضوعاً مماثلاً لما يطرحه الكتاب . وهذا سيشتمل طبعاً على تقييم عام لكفاءة ودقة المؤلف وأصالة أفكاره وفيما إذا نجح في تحقيق ما كان يصبو إليه .

٤ — وعلى العموم ، فإنه من غير المستحسن أن يسهب المُراجع بتفصيلات من عنده ، رغم كون ذلك ضرورياً أحياناً عند توضيح نقطة ما يثيرها الكتاب الذي تم مراجعته .

٥ — ينبغي ألا يفوت من يقدم مراجعة للمجلة أن قراءها على إطلاع جيد بالتاريخ الاسلامي والعلوم عند العرب .

٦ — يجب أن تتراوح مراجعة الكتاب بين ٥٠٠ — ١٠٠٠ كلمة .

٧ — يجب استخدام الآلة الكاتبة مع الانتباه إلى ترك فراغ مزدوج بين الأسطر وإرسال نسخة اخرى .

٨ — ينبغي أن تحوي المراجعة على لمحة عن المُراجع (في حال عدم مشاركته مسبقاً في المجلة) وذلك لادراجها في قسم « المشاركون في العدد » .

٩ — يجب كتابة اسم المؤلف وعنوان الكتاب مع اسم الناشر وتاريخ النشر وعدد الصفحات وسعر الكتاب في مستهل المراجعة .

١٠ — يوضع عنوان الكتاب الذي تم مراجعته بين هلالين صغيرين .

ᶜAbbāsid dynasty and the ancestry originated with the Quraysh family. He rejected all kind of irresponsible political intrigues. He supported law and order as a good citizen under Allāh, and advised others to do likewise as a good example.

Finally two classes of peoples were considered, concerned most in collecting and treasuring money currencies and gems.

1. the kings and rulers who through the power of money and wealth they succeed to subdue kingdoms and enemies, and win the loyalty and respect to their obedient subjects.
2. the beggarly fellows, the villains, and the rascals as a class on the other extreme. They live miserly, and die regretless unexpectedly and ruthlessly.

ABSTRACT

Introduction to al-Bīrūnī's Book on Gems and Metallurgy

By

Sami K. Hamarneh, Faculty of Medical Sciences, Yarmouk University

The book on gems and metallurgy, *al-Jamāhir fī Ma^crifat al-Jawāhir* by Abū'l-Rayḥān al-Bīrūnī (973 – 1051) was completed and dedicated to the Imperial library of Sultan Mawdūd b. Mas^cūd of Ghaznah (in modern Afghanistan) about 436/1044. The text in the introductory section surpasses in worth and exposition any other work of its kind throughout the entire history of the Middle Ages. It compares very favorably as a literary masterpiece in its techno-scientific, socio-political, and religio-philosophical deliberations and critical analyses of human character and behavior. By defining, describing and/or evaluating such contemporary areas of research the following can be briefly listed:

The part played by sun and moon in controlling of meteorology and seasons, and the importance of movement and senses in the animal kingdom as contrasted to that of the vegetable kingdom. On human levels, it considers familiarity, homogeneity and the fact of being socially accepted personally, so that individuals as well as communities can get together in friendly associations and cooperation. This will make for mutual protection and community security, despite differences in constitution, conduct and temperament.

Discussions were centered concerning the deposits of gems and minerals under the earth's crest, stored for numberless ages, yet discovered, providentially, for good uses and esteemed worth. . Here is comparison also between precious stones and human attributes: manliness and chivalry for the sake of showing off as compared to truly patrician, gentility, and true nobility in walking the second mile, helping others, and giving cheerfully.

Further, the author explains the differences between the awful results of indulgence in seeking bodily lusts, and the blessings of having clean and pure heart, and unblameable conduct. Al-Bīrūnī's interest in collecting and delighting in aromatic medicinal plants suggests his nickname, Abū'l-Rayḥān–the one who adorns roses and aromatics. And in his wide experience and profound knowledge of human nature, he appraised social injustices, and fought bigotry, realizing the evils of blind prejudices and hypocrisy. He appreciated and valued decency, equality, sound planning, and honest commercial transactions and principles. He recommended economic, socio-technological methodology based on experimentations, and critical observations. Being pro-Arab in race and language, al-Bīrūnī thus held the conviction and loyalty to the

المشاركون في هذا العدد

دافيد كينج :

هو استاذ تاريخ العلوم في جامعة فرانكفورت حالياً،ولايزال يدرس في جامعة نيويورك أيضاً .

ج.ل ـ برغرن :

أستاذ الرياضيات في جامعة سيمون فريزر في كولومبيا البريطانية / كندا .

جعفري نايني :

أستاذ محاضر في الرياضيات وتاريخها في جامعة إيران الوطنية (جامعة شاهد بهشتي) في طهران .

أورسولا فايسر :

تعمل حالياً في حقل تاريخ الطب وعلم الأحياء عند العرب .

سامي حمارنة :

عمل مؤلفاً لتاريخ الطب والصيدلة في معهد السميثسونيان في أمريكا . وله عدة مؤلفات عن مجموعة من المخطوطات في الطب والصيدلة . ويعمل حالياً محاضراً في جامعة اليرموك في الأردن .

حكمت حمصي :

محاضر في جامعة حلب،وهو يجمع إلى تخصصه المهني بالفلسفة والحقوق اهتمامه بالدراسات السياسية والاقتصادية والاجتماعية فضلاً عن قيامه بدراسات تتعلق بتاريخ العلوم العربية .

NOTES ON CONTRIBUTORS

David A. King: holds the Chair for the History of Science at Frankfurt University and also teaches at New York University.

J. L. Berggren: is a professor of mathematics at Simon Fraser University, British Columbia.

Alireza Djafari Naini: is a lecturer in mathematics and its history at the National Univrsity of Iran (Shahid Beheshti University) in Tehran.

Ursula Weisser: is working on the History of Arabic Biology and medicine.

Sami K. Hamarneh: is an historian of pharmacy and medical museology at the Smithsonian. He has several volumes on manuscript collections in medicine and pharmacy.

Hikmat Homsi: A lecturer at Aleppo University. He combines professional interests in philosophy and law with political, economic and social studies, as well as with studies related to the History of Arabic Science.

مراجعات الكتب

فؤاد سزكين ، « تاريخ التراث العربي » المجلد الثامن « التأليف المعجمي عند العرب » حتى منتصف القرن الخامس للهجرة ١٣٠ + ٣٩٠ (مع الفهارس والمصادر ضمناً) لايدن ، بريل ، ١٩٨٢ (بالألمانية) .

ونحن في مراجعتنا لهذا المجلد من « تاريخ التراث العربي » ، إنما نود أن نظهر ما جاء فيه مـــن علم وما أبدى من معرفة وما اتبع من نهج وما اتخذ من منهج وماحل من مشكل وما له من كبير الأهمية من حيث ماعرض من شيء وما صدر عنه من مصدر مطبوع ومخطوط . هذا ، مع ماانبثّ فيه من ضروب النقد وأصناف التفسير .

وقد جاء المجلد مرجعاً في موضوعه ، كمـــا جاءت المجلدات السابقة مراجع في موضوعاتها التي تطرقت لها وعالجتها . سواء أكان ذلك في الحديث والقرآن ، أم في التراث العلمي على متنوع وجوهه ومختلف أنحائه .

ويبين الاستاذ الدكتور فؤاد سزكين في التأليف المعجمي عند العرب هذا بما عرض من مادة بليغ اهتمام العرب بالتأليف المعجمي ، وما يتصف به من غزارة مادة وسعة شواهد وموسوعية في الموضوع وتعدد جوانب واختلاف تبويب وتنوع تصنيف . ولقد نوه المؤلفون ، من عرب وغير عرب ، بهذا الجانب الثر الغزير من التدوين المعجمي العربي وأبرزوا مايميزه من تفوق على مالدى الأمم الأخرى من شيء في هذا المضمار ، وإن لم يكونوا السبّاقين في ذلك .

ثم إن الدراسة التي قام بها الدكتور سزكين في مجلده الثامن هذا إنما هي حلقة في سلسلة من دراسات مختلفة متنوعة قام بها الباحثون العرب وغير العرب ودارت حول المعجمية العربية والتأليف المعجمي عند العرب . وقد جاءت هذه الدراسات على أنحاء مختلفة ، فهي بين مقالات أو مقدمات لمعجمات قديمة حققت أو معجمات حديثة ألفت أو كتب قائمة برأسها تنوعت موضوعاتها واختلفت معالجتها لهذه الموضوعات ، فمنها دراسة تاريخية للتأليف المعجمي العربي وأخرى ببليوغرافية تقتصر على المؤلفات المعجمية . كمـــا اختلفت مناهجها فإما تعتمد نهج التسلسل الزماني - التاريخي ، أو تتخذ وجهة موضوعية أو تنتهج منحى جغرافياً يتبع البلدان والأصقاع . كما أن هناك كتباً عامة

تنوعت عناوينها فهي إما في المصادر العربية أو المكتبة العربية أو حركة التأليف عند العرب . وهناك كتب في مصادر التراث العربي أو مناهج التأليف عند العرب . وهناك من الدراسات ماجاء عاماً في معجمات ومؤلفين ومنها ماجاء خاصاً في معجم واحد ومؤلف واحد . ومنها ماكان موضوع دراسة جامعية ومنها ماكان موضوع دراسة عامة تخطت المناهج الجامعية ونهج الرسائل الجامعية . كل ذلك معروف متداول فلا حاجة بنا إلى ذكره .

وليست هذه الدراسة بضرب جديد أو نمط حديث عند العرب، فقد صنفوا الفهارس منذ القرن الرابع للهجرة واتبعوا في ذلك نهجاً قويماً واتخذوا فيه جانب العرض والتقويم والمصدر والمرجع . وبلغوا في ذلك قطبي التأليف والتدوين عامه في المكتبة العربية، وخاصه في المعجمية العربية . وجاءت دراساتهم الخاصة في قسمين : قسم يتفرد ببحث معجم واحد لايتعداه ، وقسم يتعدى ذلك للبحث العام في المعجمية العربية . وتتفاوت هذه البحوث قيمة وسعة وشمولاً وعمقاً ومنهجية وغاية وهدفاً ونقداً وعرضاً وتحليلاً ومقترحات وتبويباً وتصنيفاً ومرجعاً ومصدراً .

والكتاب الذي نعرض له الآن بالدراسة أو المراجعة إنما هو كتاب في المعجمية العربية عام وجامع ، وهو مرجع في التراث العربي أو تاريخ التراث العربي المعجمي . وشأنه أنه أضاف إلى ماسبق جديداً وأحاط بموضوعه إحاطة بالغة . وهو يشتمل على مقدمة ومدخل هو فصله الأول وستة فصول تتلوه ، ولم يشأ المؤلف أن يسميها فصولاً بل عمد إلى جعلها مقاطع مرقمة .

ولقد اتبع المؤلف في مدخل كتابه هذا نهجاً علمياً سليماً ، فعرض لما ألفه الغربيون من معجمات حديثة وماحققوه من معجمات عربية قديمة ومانشروه من مؤلفات في التراجم ، ثم ماقاموا به من بحوث في التأليف المعجمي والمعجمية العربية ، وذكر منها عدداً لدى العرب وغيرهم . وتعرض لحال البحث في حاضر وقته والمرحلة التي بلغها والدرجة التي حصلها ، ثم بيّن بدايات التأليف المعجمي عند العرب في نشأته وتطوره ، ثم تعرض لمصادر معرفتنا بالمعجمية العربية فذكر أهم المصادر التي تحدثت عن المعجمات وأصحابها وعرضت لحياتهم ومؤلفاتهم . وبذلك كله يعد المدخل دراسة منهجية دقيقة وعرضاً مستفيضاً ، على مافيها من نقص من حيث السعة والشمول ومن حيث العدد في المصادر والمراجع وتقويم الدراسات السابقة .

فاذا فصلنا في ذلك بعض التفصيل لكبير أهميته وعمدنا إلى المدخل نقسمه رأينا

أن فيه أقساماً ثلاثة : فقسم أول يبيّن فيه المؤلف ماكان في هذا المجال من البحث من دراسات سابقة وما آل إليه البحث في واقع أمره . وقسم ثان يتعرض فيه المؤلف لبدايات التأليف المعجمي عند العرب ونشوئه وتطوره . فرأى أن ذلك إنما كان بالقرآن وتفسير غريب مفرداته ، كما يلحق بذلك كتب الأمثال والأمالي والنوادر . ثم يبين كبير دور فصحاء العرب ونوادرهم . ويرى أن تصنيف المادة المعجمية بحسب المبدأ الدلالي قد سبق التصنيف الهجائي ، كما أن هناك تصنيفاً آخر يتبع مخارج الحروف (الخليل بن أحمد) . ويدّعي المؤلف أن تأثر الخليل بالهنود في تصنيفه الذي اتبع المخرج الصوتي أمر اتضح يقينه وزال الشك فيه . في حين أن الدراسات في ذلك متضاربة والآراء متفاوتة متباينة ولم يقطع أحد من الباحثين برأي حاسم في هذا الشأن . ثم يتحدث عن ضروب أخرى من التصنيف الهجائي يتبع مخارج الحروف ويتفاوت في اعتماد الحرف الأخير للكلمة أو الحرف الأول .... ولكن ذلك لم يكن من أمره أن يستبعد التصنيف تبعاً للموضوعات . ثم يتحدث عن تصنيف آخر اتخذ منحى الترادف في المعنى أو التضاد أو الاشتقاق أو الأخطاء اللغوية .... ثم تنوعت المعجمات تنوعاً كبيراً فكان منها المعجمات الجغرافية والنباتية والطبيعية والقرآنية ....

في كل ذلك من ضروب التعداد الشيء الكثير ، الا أنه يفتقر إلى منهج دقيق في تبيان نشأة المعجمات وتطورها . ولم يجب المؤلف عن سؤال تطرح فيه مشكلة بدايات التأليف المعجمي واللغوي عند العرب في الجاهلية . ولم يتعرض لتأثر العرب في ذلك بالثقافات الاخرى الغريبة . ولكنه لم ينكر الأثر الغريب في مطلع الاسلام — دون أن يبلغ هذا الأثر ترجمة مؤلفات معجمية، وكان ذلك من طريق الاتصال المباشر بأصحاب الثقافات الأخرى . لما كان للنحاة من عناية بلغة الزنج والروم . ويرى المؤلف في ذلك رأياً مصيباً ، أن ليس يقلل التأثر بثقافة غريبة أو تلقيها والاقتباس منها في مرحلة نشوء العلم وتطوره من قيمة المنجزات الذاتية والمشاركات الخلاقة . فما له أهمية كبرى إنما يكون بمواتاة أحوال المجتمع وتوافر الكفاية والاستعداد للتعرف إلى العناصر التي يحسن أخذها والعمل على إعادة صياغتها بحيث تجيء على خير نحو من الانسجام والتماثل بل الانمياث والتمثل .

واذا كان المؤلف يرى أن بداية تفسير الكلم والتأليف المعجمي عند العرب إنما نشأت لغاية تبغي فهم آيات القرآن وتفسير غريبه ، فكان من ذلك أن البيئة التي أنشأت

التأليف المعجمي هي بيئة روحية إسلامية متحررة التحرر كله من النماذج الغربية ... فإنّ هناك من المؤلفين من يرى رأياً آخر ....

ويتعرض المؤلف في القسم الثالث من المدخل لذكر أهم مصادر معرفتنا بالتأليف المعجمي عند العرب . وقد قسمها قسمين : فجاء القسم الاول يبيّن المصادر التي تذكر المؤلفين المعجميين في حياتهم ومؤلفاتهم وترجع إلى القرن الأول أو الثاني للهجرة . ومؤلفو هذه الكتب لغويون أو علماء لغة . ولاشك أن هناك تراجم سابقة لم يرجع إليها اللاحقون إلا في القليل والنزر اليسير (كما فعل ابن النديم في الفهرست) . إلا أن أهم المصادر التي يذكرها المؤلف بين مخطوط ومطبوع ، وماذكر لدى غيره : إنما هي مصادر لغوية ونحوية ، مما أفضى به إلى شيء من الخلط بين علم اللغة والنحو والتأليف المعجمي . وهي على تداخلها منفصلة متميزة . وحقيق بالمؤلف أن يميز الواحد من الآخر تمييزاً دقيقاً فيتجنب بذلك الوقوع في الخلط . أما القسم الآخر فيتحدث عن المصادر المعجمية السابقة المفقودة . ولهذا القسم كبير الأهمية وعظيم الشأن في الموضوع المدروس . ولكنه أغفل أصول المعجمات المعروفة ، وخير طريق إلى ذلك الرجـــوع إليها للاطلاع على أصولها التي أخذت عنها ومصادرها التي صدرت عنها (فنسي أن يذكر المحكم لابن سيده وما اعتمده من مصادر معجمية ، والمقاييس لابن فارس وما اتخذه من مصادره المعجمية) .

ويعمد المؤلف في فصله الأول (أو مقطعه الثاني ، بعد المدخل) إلى ذكر المؤلفين ومؤلفاتهم فيتحدث عن المعجميين الأوائل والفصحاء . وكان ينبغي أن يتخذ له عنواناً آخر أكثر ملاءمة لموضوعه هو [المحدثون الأوائل والفصحاء والمعجميون الأوائل] . فكان أن وقع المؤلف في شيء من الخلط بين أوائل المعجميين والفصحاء . كمـــا أن المؤلف جمع بين فصحاء لهم معجمات وآخرين لهم مقتبسات أخذها عنهم الآخرون ومعظمها في النوادر وخلق الإنسان والحشرات والصفات والإبل والأنواء والخيل . وكانت البداية للتأليف المعجمي عند العرب ، وهي بداية وحسب فليس ينبغي أن تعد في صميم المعجمية العربية بدقيق معناها .

ثم يتبع المؤلف في الفصل الثاني (أو المقطع الثالث) منهجاً في ذكر المعجميين هو منهج التصنيف الجغرافي . اذ يصنف المؤلفين تبعاً لأصقاعهم وبلدانهم . وهو المنهج الذي سيتخذه منهج عرض في كتابه كله . فيبدأ في مقطعه هذا بمعجميي العراق فيقسمهم

أقساماً ثلاثة : قسم (آ) ويشتمل على معجميي البصرة . وقسم (ب) ويعرض كمعجميي الكوفة وقسم (ج) ويذكر معجميي بغداد والمناطق الاخرى . ثم يعرض في المقطع الرابع لمعجميي فارس ، ويتخذ موضوع المقطع الخامس معجميي الجزيرة العربية ومصر . ويتحدث في المقطع السادس عن المعجميين في شمالي افريقيا واسبانيا . ثم يختم دراسته بمقطع سابع وأخير يذكر فيه المؤلفين المجهولين والكتب التي لم يعرف أصحابها . وهو في كل ذلك حريص أن يعرّف بكل مؤلف تعريفاً يتفاوت طولاً وقصراً ، فيذكر نبذة عن حياته وماكان يشغله من اتجاهات ، وأسماء أستاذيه وتلاميذه ومعاصريه ، ثم يذكر مراجعه ومصادره ذكراً يتفاوت في الإفاضة والإيجاز . وهي بين عربية وأجنبية ، ثم يسرد مؤلفات كل مؤلف . فلا يقتصر في ذلك على المؤلفات المعجمية وحدها . بل يذكر كل ماللمؤلف من شيء ، دونما تمييز أو تعريف . فيجيء الأمر على قدر من الاختلاط كبير .

ومما يحمد للمؤلف سعة الاطلاع ودقة التحقيق الخاص ، وما أبداه من روح توليف واسعة وروح تحليل نقدي دقيقة . وهو لاينسى أن يذكر ماجرى في شأن المعجم المذكور من دراسات . كما يذكر الكتاب ومخطوطاته ومطبوعاته ومختصراته وأسماء صانعيها ومخطوطاتها . وماكان في ذلك كله من دراسات اتخذت شكل المقالات أو الكتب والمجلات . كما يذكر ماوجه إلى المعجم من ضروب النقد والردود والمعارضات ، وما أضيف إليه من ملاحق وماورد عليه من استدراكات ، وما فاته من شيء ، وما أدخل عليه من مداخل وردود . وما أغفله وماأضيف إليه من تكملة وما كان له من مختصرات وانتصارات وما عرض من أغلاطه وصيغه الجديدة . الا أن المؤلف قد يدخل ههنا، فضلا عن المؤلفات غير المعجمية، ملاحق على النص ليكمل بها ما أغفله عن المؤلف الذي يترجم له في فصل آخر في كتاب آخر ، فيذكر أموراً لاعلاقة لها بالمعجم (ص ٥٦ ، ص ١١٣ — ١١٤) .

وينبغي لنا أن نقول إن الافتقار إلى الدقة في سرد المؤلفات ووصفها قد أفضى إلى خلط كبير في العرض . فلو اقتصر المؤلف على الكتب المعجمية بعد تحديد دقيق لمعناها المتعارف عليه بين أهل الاختصاص لتجنب كثيرا من الخلط والاختلاط ، ولتجنب أن يذكر كتب اللغة في جملة الكتب المعجمية (ص ٥٧) ، ولتجنب كذلك ذكر كتب لا علاقة لها وثيقة بالمعاجم . بل منها مالاعلاقة له بالمعاجم بتة . ولتجنب الخلط في الذكر مرة وعدم الذكر مرة أخرى . فهو يعد شرح القرآن وتبيان معانيه مـــن التأليف المعجمي مرة ويعده مختلفاً عن ذلك مرة أخرى ، فيميز إذ ذاك بين النحو والتأليف المعجمي

وتفسير القرآن والشعر (ص ٥٧) ، ويرى أن التأليف المعجمي شيء وعلم لغة القرآن شيء آخر (ص ٥٩) . ويعمد مرة إلى الفصل بين التأليف المعجمي وعلم الصرف والأدب ومعاني الشعر وما إلى ذلك ... ثم نراه يصل بينها وصلاً لافصل فيه ... في مرات أخر .

هذا كله ، مع تمييز بين هذه الأنواع كلها ، إن وجد المؤلف مناسبة للتمييز ، بحيث جاء البحث مفتقراً إلى قاعدة ذات معيار عام . ومن شرائط البحث الدقيق أن نتخذ هذه القاعدة العامة لنا معياراً ، ومن شرائطه أن نقتصر على موضوع البحث بعد اذ نحدده التحديد الدقيق ، لنسير فيه سيرا بينا في طريق لاحبة واضحة المعالم والصوى . وبذلك وحده يجيء كل مايساق من كلام على الأجزاء مجيئاً يؤخذ على جهة الكلام على الموضوع العام ، وهو المعجمية . وهذا شأنه أن يجنب الخلط والاضطراب ويبث في البحث كله منهجاً واحداً فلا يجمع صاحبه بين موضوعات شتى مرة ويفرق بينها مرة أخرى ، ولايفرق بين رسائل خاصة بموضوع معين حيناً ويجمع بينها في مكان آخر حيناً آخر (ص ٧٠ — ٧٩) . ثم إن انتفاء الدقة في التبويب أمر أدى إلى أن ذهب المؤلف مذاهب مختلفة في تبويب الرسائل الخاصة بموضوع واحد : فاذا هو يقسمها اقساماً مرة واذا هو يتنكب عن ذلك مرة أخرى (ص ٨٨ — ٨٩) . وقد يذكر ماقيل في مجاز القرآن وغريب الحديث فيضمه إلى كتاب النوادر فلا يفصل بينها ، على غير عادة (ص ٩٠) . إلى غير ذلك من فصل ووصل بين كتب ذات موضوعات معينة يذكرها ذكراً خاصاً ، ثم يفصل بينها في غير محل ، أو يعمد إلى الوصل بينها بعد فصل (ص ٩٧ — ٩٨) . . ثم ان من عادة المؤلف أن يفصل بين الكتب اللغوية (المعجمية) العامة والكتب المعجمية الخاصة (في موضوعات معينة) وعلم اللغة القرآني (ص ٩٩ — ١٠٠) وربما تنكب عن تسميتها كتباً معجمية عامة (ص ٩٩) ، أو يسميها مؤلفات معجمية شاملة ، وليست تلك التسمية بأمر وفاق ، ذلك أنها ليست تنطوي على مؤلفات شاملة ، فهي تعاليق واستدراكات وأجوبة خاصة (ص ١٠٣) . إلى غير ذلك من ضروب الخلط في التسمية والتبويب والتقسيم والتصنيف والجمع والفصل والوصل والتفريق .

ثم إنه ينبغي لنا أن نحسن معرفة محتوى الكتاب كي ندرجه في تصنيف معين محدد وفي عداد المعجمات بخاصة . وهذا مالانقع عليه إلا قليلاً . فهناك من التعميم والإسراف فيه مايعد معه مؤلف ما مؤلفاً معجمياً لا لشيء إلا لأنه فسر كلمة أو كلمات (ص ١١٠ — ١١١) . فكان أولى أن نتثبت من مضمون الكتب المذكورة قبل أن ندرجها في سجل

الكتب المعجمية (ص ١١٢ ص ١٩٢ – ص ١٩٦) . وحقيق بنا أن نتثبت من صفة المؤلف المعجمية ووصف مؤلفاته المعجمية قبل التصنيف والتبويب .

وهكذا يستبين لنا أن هناك ضروباً من الخلط اعترت الكتاب الذي نحن في صدد مراجعته ودراسته . وحسبنا أن نوجز بعضاً مما سبق ذكره منها لندل بذلك على التخبط المنهجي والاختلاط التصنيفي : فمنها ذكر المؤلفات كلها لمؤلف ما سواء أكان منها ماله علاقة بالتأليف المعجمي أم مالاعلاقة له بذلك . دون الإشارة إلى التفرقة بين المؤلفات، مما يوهم القارئ أنها كلها ذات صلة بالتأليف المعجمي وثيقة (ص ١١٥ و ١٨٢) ، ومنها هذا الخلط بين الكتب المعجمية العامة والخاصة (ص ١٢١ – ١٢٢) ، ومنها هذا التمييز بين الكتب المعجمية اللغوية الشاملة العامة مع ذكره فيها كتباً مختلفة وخاصة (ص ١٣٤ – ١٣٦) ، ومنها هذا الخلط الكبير بين كتب مختلفة الموضوع (ص ١٣٨) ، أو الخلط بين كتب خاصة بموضوعات معينة (ص ١٤٠ – ١٤١) . ثم هذا الاضطراب في التسمية بين الانتقاء (ص ١٤٠) والتسمية الغريبة والعنوان الذي يضم أموراً غريبة الموضوع في معنى المشكلات اللغوية . إلى آخر ماهنالك من ضروب ليس ههنا مجال تعدادها والاتيان على تفصيلها . فضروب الخلط منبثة في مطاوي الكتاب كله ومبثوثة في تضاعيفه جميعاً . وليس يهمنا ، بعد إذ استقصيناها عدة وأحصيناها عددا ، إلا أن نبيّن أنها إنما ترجع إلى الاضطراب المنهجي في التصنيف والتبويب والتعريف والتدقيق ، مما أفضى إلى اضطراب في التسمية والتعداد والعنونة والتقسيم .

ونخلص من هذا كله إلى خلاصة في الرأي نختم بها قراءتنا لهذا الكتاب ، وهي أن المؤلف قد تنكب سواء السبيل في نهجه فغاب عنه التدقيق في تحديد معنى المعجمية مما أداه إلى هذا الخلط والتوسع في مجالات غير معجمية ، وإلى هذا الاضطراب في التدوين اللغوي والمعجمي . فلم يبيّن تطور مراحل التأليف المعجمي مـــن الوجهة الموضوعية والتاريخية . وإنما كان همه حشد أكبر قدر من عناوين المؤلفات حشداً مختلطاً أحيانا ومميزاً أحياناً أخرى . بحيث جاء محتوى كتابه يختلف بعض الاختلاف عن العنوان ، فاما أن يعدل العنوان واما أن يعدل المحتوى ، وذلك كله بغية بلوغ التطابق بينهما وإزالة التعارض بينهما . وليس يقوم للمؤلف عذر ماجاء في التمهيد من قوله أنه قد انتهى مـــن مجلده هذا سنة ١٩٦٤ ، وكان ينبغي له أن يكون . مع الشعر والنحو ، المجلد الثاني من تاريخ التراث العربي ، وأنـــه قد قرر توسيع مدار البحث المعالج ، وبذلك أرجأ نشره ريثما ينتهي من المجلدات التي تعالج العلوم الطبيعية . ثم إنه عمد إلى

قسم المعجمات ففصله عن النحو فصلاً تردد فيه تردداً كبيراً . وقد تم ذلك لأسباب تقنية تتصل بالطباعة وعوامل أخرى مالية محض . أقول إن ذلك كله ليس بعذر يقدم ، فالفصل ، إن وجد ، ينبغي أن يجيء دقيقاً صريحاً لاشوب فيه ولا خلط ولاتخليط .

وكان على المؤلف ليتجنب الخلط في التدوين اللغوي والمعجمي أن يتبع مااتفق عليه علماء اللغة والمعاجم والأدباء من تصنيف وتبويب في التدوين عند العرب . فقد فرق بعض هؤلاء تفريقاً دقيقاً بين التدوين اللغوي والمعجمي . ثم إن بعضاً منهم رأى في التدوين المعجمي بخاصة مراحل ثلاثاً خلط بينها المؤلف ولم يميزها وعدوا المرحلتين الأولى والثانية تمهيداً أو توطئة وأساساً جمعت فيهما المادة الأساس للمعاجم بدقيق معناها وصحيح دلالتها . فالمرحلتان الأولى والثانية مرحلتان لغويتان جمعت فيهما المادة اللغوية وصنفت ونظمت ، وهي المادة التي صبت فيما بعد في التأليف المعجمي الذي تمثله المرحلة الثالثة ، فهي وحدها التي يحسن وصفها بمرحلة التأليف المعجمي (معاجم الالفاظ والمعاني) . وإن الخلط بين هذه المراحل الثلاث والجمع بينها في مجمع واحد إنما يرجع إلى سوء المنهج المتبع في التصنيف الجغرافي والزماني ، في حين كان من شأن التصنيف الموضوعي الدقيق وما مر به التدوين من مراحل تاريخية أن يزيل هذا الخلط وينفي عن صاحبه الاضطراب ، كما يرجع الخلط إلى التنكب عن تدقيق معنى المعجمية وتحديد دلالتها .

وما من مؤلف ، على اختلاف فرقاء المؤلفين في موضوع التدوين المعجمي عند العرب ، وهم ثلاثة ، إلا واتخذ التمييز له معياراً . ففريق جمع بين التدوين اللغوي والمعجمي ، ولكنه فصل بينهما من حيث المراحل وجعـل التدوين اللغوي المرحلتين الأولى والثانية اللتين أدتا إلى المرحلة الثالثة وهي التدوين المعجمي بدقيق معناه ووثيق مبناه . وفريق فصل بين كتب اللغة والمعاجم فصلاً دقيقاً فبحث فيهما في فصلين مختلفين بحيث لم يعد الرسائل اللغوية معجمات بأي معنى . وفريق يرى أن المرحلة الثالثة ، وهي مرحلة المعجمات ، قد سبقتها مرحلة لغوية استقصت المفردات ومعانيها في كثير من الموضوعات .فالمرحلة الموضوعية سبقتها مرحلة لغوية (تبيّن الكلمة ودلالاتها) صنفت فيها الرسائل اللغوية في الألفاظ والمعاني . وهم في ذلك إنما يجعلون المرحلة اللغوية تمهيداً وتوطئة للمرحلة المعجمية ، ويتخذون أسـاس التصنيف والتسمية المرحلة المعجمية نفسها التي تقاس بها المرحلة السابقة . وهم يميزون المرحلة المعجمية من غيرها بصفتين اثنتين هما الشمول والترتيب ، فهما الصفتان بل الشرطان اللازمان لفكرة المعجم ، وكل مالا يتصف من شيء بهما انما تنتفي عنه صفة المعجمية ويعد تمهيداً أو مقدمة لذلك .

فسواء أخذنا برأي من يفصل بين التأليف اللغوي والمعجمي الفصل الدقيق أم برأي من يجعل الأول مرحلة سبقت الثاني وأفضت اليه ، فإنا نرى الخلط عند مؤلف « تاريخ التراث العربي » واضحاً بارزاً . فمهما كانت المراحل الاولى (وإن لم يكن هنالك من فواصل واضحة بين المراحل) ، ومهما تكن اتجاهات التأليف فيها ؛ فإنها البداية والأصـــول الأولى التي انطلق منها أصحاب المعجمات فكانت التمهيد للتأليف المعجمي ، ولم تكنه . ثم إن للتأليف المعجمي معنى دقيقاً وتعريفاً محدداً وحداً جامعاً مانعاً . وكان على المؤلف أن يتخذه له معياراً في مصنفه . ومامعيار التأليف المعجمي هذا إلاّ الشمول والترتيب . فالمعجم كتاب عام جامع مرتب ترتيباً خاصاً ، والمعجم اللغوي شيء مرتب وكتاب جامع يتصف بالسعة والتنظيم . وليس برد على قولنا هذا مايساق من قول قائل إن الكتاب هذا إن هو إلاّ مرجع ببليوغرافي جامع للمراجع والمصادر في مختلف الأصقاع وذاكر لمؤلفيها على اختلاف مشاربهم وتنوع مواردهم .

وبعد هذا الذي قلناه ، لابد أن نذكر مالهذا الكتاب المصنف في التأليف المعجمي عند العرب من جانب حق ، من حيث سعة البحث وشموله ، وكثرة المصادر والمراجع ، وإحاطته بما طبع من المؤلفات وما فقد من المخطوطات ومازال قائماً منها .... وهو في ذلك كله إنما يتبع منهج العلم الببليوغرافي اتباعاً قريباً ، فيطلعنا على غريب المخطوطات ومختلف المطبوعات ومتنوع الموسوعات وما انطوت عليه من مؤلفات ومؤلفين وموضوعات وأساليب ومراجع ومصادر . هذا ، مع تبويبها وتصنيفها على حسب المحتوى والطريقة وتحديدها والتثبت منها على قدر الاهتمام والاختصاص . وليعلم القارئ أن صعوبة تحديد المخطوطات وتبويبها أمر لايأتيه الشك من طرف ؛ وفي هـــذا مايقلل مـــن شدة النقد الموجه إلى نهج المؤلف .

وإن مااتبعه المؤلف في دراسته من منهج نقدي يجمع إلى النقد الظاهر للنص نقداً باطناً متبصراً ، وما عمد إليه من تفسير لما يذكر وتقويم لما يعرض ونقد لما يدرس وموازنة بين الأشياء على اختلافها وترتيب للأمور على تفاوتها ، وما اتخذه من طريقة تصنيف وتبويب وتقسيم وتمييز ...... إنما كل أولئك من شأنها أن تضفي على عمله طابعاً علمياً قويماً وتجعل من كتابه مرجعاً لاغنى للباحث عنه . هذا ، ولايقدح في قيمة مثل هذا العمل ماذكرنا من هنات،وماورد في الكتاب من نواقص لم نحدث لها ذكراً . فان عملاً مثل هذا لابد أن يعتوره من النقص ما اعتوره ، ولابد أن يلقى في التدقيق والتحقيق

شيئاً من الضعف يثيره الاضطراب في تبويب هذه المادة الثرّة الغزيرة مـــن المخطوطات في مصادرها وأصالتها . وإن ما اقتبس منها وما ألقته مـــن ضوء على البحوث المختلفة والدراسات المتنوعة ..... كل ذلك قمين أن يؤخذ مأخذاً حسناً ويتلقى أحسن القبول .

ولم ينس المؤلف ، كمـــا هو شأنه في كل مجلد من مجلداته السابقة ، أن يلحق بمجلده هذا ملاحق وإضافات واستدراكات وتصويبات غرضها التصويب والتصحيح وإزالة النقص وزيادة التوضيح . ثم يتبع ذلك بالمراجع وفهارس المكتبات والمخطوطات في مختلف أنحاء العالم ، وفهارس المؤلفين القدامى ومؤلفاتهم ، ويختم ذلك كله بفهارس المؤلفين والناشرين المحدثين ، مما يعد معه الكتاب مرجعاً علمياً موثوقاً ، سهل المتناول وهين التداول .

كل ذلك من شأنه أن يدفعنا إلى أن نحمد للأستاذ الدكتور فؤاد سزكين حسن صنيعه ، فلقد أسدى إلى المكتبة العربية خدمة جليلة وسد فيها ثغرة كبيرة . ولهـــذا فليعمل العاملون .

معهد التراث العلمي العربي **الدكتور حكمت حمصي**

He isolated at times, what he should gather together and vice versa. The difficulty of the subject comes primarily from the fact that it deals with manuscripts scattered in libraries in all parts of the world. That can be considered as an excuse for the shortage of determination, correctness and exactitude of some information. After all these critical remarks we would like to show our admiration for the patience and erudition of the author.

These are some notes concerning defective points due to the arrangement of the data and material, we give them in the hope that they may be corrected or incorporated in the future "Nachträge".

1- p. 70: the number 7 misses.

2- pp. 73–74: there is a) but b) misses,

we have seen a: 1–2, but we have not seen b, instead of that we have seen 2. . . 3. . . etc.

Hikmat HOMSI

Institute for the History of Arabic Science
Aleppo University

mentions all that he knows of every lexicographer, his teachers and pupils, his works and his references. He cites in all that an extensive arabic and foreign bibliography. He adopts in studying the lexicographers a double analytical and synthetical spirit. He mentions all the studies of which the cited dictionary-lexicon is the object, all the editions and all sorts of criticism and objections or resumés. But he mentions some things that have nothing to do with the dictionary-lexicon, or the exact lexicography . . .

This shortage of exactitude has led to a great confusion in exposing the material. And this confusion has taken many forms: He gathers some books, at random, which are linguistic and nothing else, under lexicographic or lexical title. He mentions some books under some division once, but he omits to do that another time. He confuses between Coran interpretation, poetry, syntax, grammar and lexicography in one place, but he distinguishes between all these branches in another place.

This confusion in exposing the material is the mark of confusion in the method followed and in the non-determination of the exact meaning of lexicography in the author's mind. We have mentioned in our Arabic book review some examples of this confusion and we have shown its different kinds.

The conclusion to which we have arrived is that there is a difference or a discrepancy between the content of the book and its title. A part of the cause of this opposition is mentioned in the introduction, but it can not be sufficient, and it can not be an excuse.

The author has to follow the method adopted by the authors of lexicography and lexicons who distinguish between three stages of lexicographic evolution . . . and who call justly the third stage alone the lexicographic one.

But all these critical remarks can not diminish the great scientific value of this work. And it is not, in any way, the intention of the reviewer to mean it. Our purpose is to evaluate the book in its bibliographical, lexicographic, literary and scientific aspects. This point of evaluating the reviewed work must be as much as possible objective one, and it tries to do what it considers as just and true.

The primary sources exploited by Dr. Sezgin permit us to know the best data collected about the subject in its bio-bibliographical knowledge. This aspect reveals the great richness of the research and the width of its range. It is clear that he has not gone through all lexicographical manuscripts or through all voluminous works concerning the subject. That is why he has mentioned many main sources of manuscripts without analyzing their contents. So that we are before different levels of analysis, study and examination or survey. The author tries at times to analyze at length the contents in order to determine their importance, originality and value for the specific subject. But at other times, he refrains from doing that and he does nothing but mention the title alone without any other determination whatsoever.

Book Review

Fuat Sezgin, Geschichte des Arabischen Schrifttums, Bd. VIII, Lexikographie, bis ca, 430H., XIII + 390: Nachträge (Corrigenda), Literaturverzeichnis, Bibliographie and indices, Leiden, Brill, 1982.

This is the eighth volume of the "Geschichte des Arabischen Schrifttums" of Prof. Dr. F. Sezgin whose works, or precedent volumes in this field have become references in the matter of Arabic studies, Arabic science and its history as well.

This volume is divided into six sections preceded by a preface and an introduction. The introduction is of great value and major importance, it reviews the history and the actual state of the subject treated, then it deals with the beginnings, origin and evolution of the Arabic lexicography. Finally it studies the sources of our knowledge of the subject itself, which is constituted of primary reference material. These sources are of two kinds: one of bio–bibliographical sources and the other of lexical sources. Furthermore, it contains the author's interpretation and evaluation of the status of the subject under discussion, its origin and beginnings as well as its evolution, based, in general, on the sources mentioned in the introduction itself.

Such kind of study can be compared with many works–on the same subject–in Arabic and European languages. But Sezgin's work is distinguished by its richness consisting of a long survey of manuscripts and a long list of references which is a distinctive feature of the work in its scientific value. But the method followed by the author in studying the origin of Arabic Lexicography is not so exact that it can be sure in its results and conclusions. Sezgin has not answered exactly and sufficiently the question on the beginnings of Arabic lexicography in preislamic period, and the influence of foreign factors on Arabic studies. So that the author sees in the Islamic–spiritual milieu the point of departure and the cradle of Arabic lexicography without any foreign influence, except in an inessential way.

Under the second section, following the introduction, the author studies the first lexicographers and *Fuṣaḥā'* (eloquents). This section shows a confusion between many different elements. and a confusion between the vague beginning of lexicography in its linguistic form and lexicography in its exact meaning and form. The author follows a geographical method of division and classification. That is why he classifies the lexicographers according to the different countries. This kind of classification is the cause of another kind of confusion commited by the author in his study and research. Under the third section he studies the lexicography in Iraq: A) Basra, B) Kufa and C) Bagdad. Under the fourth section, he studies the lexicographers in Persia, the fifth section in Arabia and Egypt, the sixth section, in North Africa and Spain. And in the last section he studies the unknown authors and anonyma. He

الكحّال

مجلة عربيّة لأطباء العيون

المؤسس ورئيس التحرير : **نشأت الحمارنة**

زاوية النشاط العلمي التراثي :

صدرت في دمشق ، منذ عام ١٩٨٠ ، مجلة علمية فصلية ، متخصصة بطب العيون وقد قام على تأسيسها وتحريرها نخبة من أطباء العيون ، ينتمون لمختلف الاقطار العربية ، ويرأس تحريرها الدكتور نشأت الحمارنة ، الأستاذ المحاضر في كلية الطب بجامعة دمشق .

وقد جاء في افتتاحية العدد الاول من هذه المجلة ذكر للأهداف التي تسعى اليها هيئة التحرير ، منذ إصدارها . ونجد من المفيد أن نقتطف بعض الفقرات . مما جاء في تلك الافتتاحية : « في مرحلة انبعاث الأمة ، تحتاج الأمة إلى العلم ، وإلى الثقة بالنفس، وإلى العودة إلى الأصول . لذلك نأمل أن تلبي مجلتنا هذه بعض ما نحتاجه في هذه المرحلة ...

- نريد أن نثبت أن علماءنا وأطباءنا وباحثينا ، جديرون ومؤهلون وقادرون ...
- نريد أن نشير إلى دور أجدادنا وفضلهم في تطور العلم والطب والصنعة ، في حقل طب العين .
- نريد أن نثبت القدرة غير المتناهية للغتنا على التعبير عن مصطلحات العلم والفن .
- سنوجه مقالاتنا ، ليس إلى العلماء فحسب ، بل أيضاً إلى الأطباء الاختصاصيين ، الجامعيين والممارسين ، فننقل اليهم آخر ما تكتبه المجلات المتخصصة في طب العين ، وتاريخ طب العين .
- سوف نعرض لهم الكتب التي تصدر حديثاً ، ونضع بين أيديهم المقالات المؤلفة والمبتكرة ...
- ونأمل أن نزرع في نفوس الناشئة حبّ تاريخ العلوم ، وتراث الأمة العلمي ، ومصطلحات العلوم ، معبراً عنها بالعربية، الى جانب لغات العلم في هذا العصر » .

وقد صدر من هذه المجلة حتّى الآن مجلدان : الاول بين عامي ١٩٨٠-١٩٨٢م ، والثاني بين عامي ١٩٨٢-١٩٨٤ م . وسيتم إصدار المجلّد الثالث في نهاية هذا العام .

ويتألف كل مجلد من هذه المجلدات من ثلاثة أعداد ، فيها مواضيع متباينة ومتكاملة . فاذا تصفحنا العدد الأول من المجلد الأول نجده يضم ثلاثة أقسام :

القسم الأول :

خصص للحديث عن أحدث ماصدر في طبّ العيون . وقد أدرجت فيه مواضيع تتعلق بتشريح العين واضطراب وظائفها وجراحتها وتخديرها ومداواتها .

القسم الثاني :

ويشمل بعض الأبحاث التراثية المستوحاة من أمّهات كتب الطبّ العربي ، مثل كتاب التيسير لابن زهر ، وكتاب العشر مقالات في العين لحنين بن اسحق . وقد عالج الباحثون هذه المواضيع بأسلوب علمي دقيق ، وربطوا فيه بين الماضي والحاضر بالطرق الصحيحة .

القسم الثالث :

خصص للكلام عن المصطلحات اللغوية المتعلقة بعلم الطب بصورة عامة ، وطب العيون بصورة خاصة . ونجد في هذا القسم عرضاً لطيفـاً لأشهر كتب طب العيون التي صدرت في كلية الطب بجامعة دمشق ، والتي قام بتدريسها السادة اساتذة : الدكتور رضا سعيد (١٩٢٠)م . ، الدكتور ممدوح الصبّاغ (١٩٤٦)م الدكتور عدنان رضا سعيد (١٩٦١)م ، الدكتور أكرم العنبري (١٩٧١)م .

ـ وصدر العدد الثاني من المجلد الأول ، بمناسبة استقبال القرن الخامس عشر للهجرة ، ونجد فيه قائمة بأسماء أشهر الأطباء العرب والمستعربين ، ممن أفردوا في مؤلفاتهم فصولاً كاملة عن أمراض العين . وإلى جانب تلك نجد أسماء أهم المؤلفات التي ظهرت في طبّ العيـون ، خلال الفترة الممتدة بين القرنين التاسع والخامس عشر للميلاد (الثالث والتاسع الهجري) .

ويضم العدد بصورة خاصة مجموعة من اللوحات الجميلة المصوّرة لبعض صفحات مأخوذة من مخطوطات طبية ثمينة ، والتي استطاع الدكتور حمارنة ، من خلال زياراته لبعض المكتبات العالمية ، أن يطّلع عليها ، ويحصل على صور فوتوغرافية لها .

ـ أما العدد الثالث من المجلّد الأول فقد خصص للكلام على تاريخ الطبّ والأطباء ، بصورة عامة ، وتاريخ أطباء العيون ومؤلّفاتهم ، بصورة خاصة . وقد انفرد الدكتور

الحمارنة بتحريره ، وأهداه الى الاستاذ فؤاد سزكين ، مدير معهد تاريخ الطب في مدينة فرانكفورت بألمانيا الغربية .

لقد جاء في مقدّمة هذا الكتاب أنه موجه إلى عامة الناس والمثقفين المهتمين بتاريخ الطب والعلوم ، وليس للمتخصصين في تاريخ طب العيون فحسب ولذلك راعى مؤلفه أن يكتبه بأسلوب علمي مبسط ، بحيث لايحمل ، كما يقول ، وقار الكتب الجامعية ، ولاتزمت كتب التاريخ . لاتثقله الحواشي ولاالهوامش ، ولايضيع فيه القارئ في خضم الاسنادات والاقتباسات .

— وفي أواخر عام ١٩٨٢ ، واحتفالاً بمرور ألف عام ميلادي على ولادة الشيخ الرئيس ابن سينـــا (٩٨٠–١٠٣٧) م ، صدر العدد الأول من المجلّد الثاني ، وهو يضم الأقسام الأساسية الثلاثة التي يتألّف منها العدد الأول من كل مجلد ، أي قسم الأبحاث الحديثة ، وقسم أبحاث التّراث ، وقسم المصطلحات العلمية في طب العيون .

ونجد في القسم الأول مجموعة من الابحاث القيّمة في طب العيون العصري منها :

جراحة الساد الشيخي — معالجة ثقوب الشبكيّة ، والحدقة البيضاء ، والتشخيص التفريقي ... أما في القسم الثاني فتوجد لمحة تاريخية عن حياة ابن سينا ومؤلفاته في طب العين . ويضم القسم الأخير تفسير بعض المصطلحات الطبية العربية وما يقابلها باللغة الأجنبية ، إلى جانب رسوم وأسماء بعض الأدوات المستعملة في جراحة العين .

— وقد صدر العدد الثاني من المجلد الثاني ، في عام ١٩٨٤ ، وأهدي إلى ذكرى المرحوم الاستاذ الدكتور شوكت الشطّي ، أستاذ تاريخ الطب ، ورائد هذا العلم في القطر العربي السوري . ونجد في هذا العدد لائحة تامةً تقريباً بأسماء الأطباء الّذين وضعوا كتباً خاصة في طب العيون ، منذ القرن الثامن حتى القرن العاشر للميلاد ، مع الإشـــارة إلى مؤلفاتهم الموجودة أو المفقودة ، المخطوطة أو المطبوعة . ونجد في هذا العدد أيضاً بعض الصفحات المصورة لمخطوطات ثمينة ونادرة ، تمثل نماذج مختارة لمؤلفات لم تحقق بعد ، وذلك لفتاً لأنظار الباحثين الذين يرومون القيام بالتحقيق والدراسة .

أما العدد الثالث من المجلد الثاني ، فقد خصص أيضاً للكلام على تاريخ أطباء العيون العرب ، قام بتحريره الدكتور الحمارنة وأهداه إلى الدكتور ألبير زكي اسكندر

الأستاذ في معهد ويلكم لتاريخ الطب في لندن . ونجـــد في هذا العدد لمحة موجزة عن حياة ومؤلفات أشهر الأطباء الكحالين ، الذين ظهروا في البلاد العربية بين القرنين الثاني والرابع للهجرة .

وتتابع أسرة التحرير لمجلة الكحال نشاطها العلمي لإصدار كامل أعداد المجلد الثالث ، والتي ينتظر تمام طبعها . بأعدادها الثلاث ، في نهاية هذا العام .

نتمنى لهذه المجلة التي تنشط لإحياء التراث الطبي الذي تعمل على نشـــره على الملأ اجمع كل تقدم وازدهار .

الدكتور محمد زهير البابا
أستاذ تاريخ الطب في معهد التراث العلمي العربي

بسم الله الرحمن الرحيم

٥٨ ب

مختصر ثابت بن قرّة الحرّاني لكتاب جالينوس في المولودين لسبعة[1] أشهر

اورسولا ڤايسر

قال ثابت : ذكر جالينوس ما وقع في الكتب المنسوبة إلى أبقراط من الاختلاف في مـــدّة أزمان حمل الأجنّة ؛ وإنّ في بعضها ما يدلّ على أنّ واضع ذلك الكتاب يرى أن لحمل الأجنّة مدد محدودة ، أن يكون سبعة أشهر أو ثمانية أو تسعة أو عشرة على أنّ كلّ شهر منها ثلاثون يوماً ؛ وإنّ في بعضها مايدلّ على أنّ واضعه[2] يرى أنّه[3] ليس لحمل الأجنّة مدد أو أزمان محدودة لايزيد عليها ولا ينقص منها ، ولا الشهور الّتي تستعمل في ذلك إنّما هي من الشهور الّتي يكون كلّ شهر منها ثلاثين يوماً لكن من الشهور القمريّة الّتي ينقص كلّ واحد منها عن الثلاثين يوماً قريباً من نصف يوم . وذكر جالينوس أنّه امتحن هذا الباب في طول عمره فوجد الأمر فيه على المذهب الثاني من المذهبيّن اللذّين ذكرنا .

ولمّا أراد القدماء أن يعرفوا السقط الذي لا يعيش من الأولاد ويفرّقوا بينه وبين غيره احتاجوا إلى أن أخذوا زمان الحمل الأقلّ الذي مَن قصّر عنه من المولودين كان سقطاً لايعيش . فذكر جالينوس أنّ أقلّ شيء رأى من أزمان حمل المولودين الذين يعيشون مَن وُلِد بعد دخول الشهر السابع بمقدار ما يجتمع به زمان الحمل كلّه مئة وأربعة وثمانين يوماً ؛ ولو كان كلّما زادت أيام الحمل على هذا العدد إلى الشهر التاسع وغيره // كان يعيش مَن وُلِد فيه لاكتفى بهذا الحدّ الذي ذكرنا إذ كان أقلّ الحدود التي يمكن أن يعيش مَن وُلِد فيها وكان كلّما جاوز ذلك تامّاً يعيش مَن وُلِد فيه ؛ ولكن لمّا

٥٩ آ

ملاحظة : كلّ ماورد في الحواشي هو وارد في الأصل إلا ماذكر خلافه .

١ – لتسعة .

٢ – واضعها .

٣ – على أنه .

قطع في وسط من ذلك الشهر الثامن فصار لايعيش مَن يولد فيه بل هو في عداد السقط احتيج إلى أن يحدّ آخِر أوقات ومدد الشهر السابع التي إذا جاوزها[1] المولود وقع في حدّ ما لا يعيش .

وذكر جالينوس أنّه لمّا تفقّد ذلك وعني به كان أقصى ما وجده في هذا الحدّ مَن وُلِد في مئتي[2] يوم وأربعة أيام فعاش ؛ ولو كان أيضاً كل مَن وُلِد فيما بين هذَين الحدَّين اللذَين ذكرنا – أعني فيما بين مئة وأربعة وثمانين يوماً وبين مئتي يوم وأربعة أيام – يمكن أن يعيش لاكتفى بهذَين الحدَّين ، ولكنّ الأمر لمّا لم يكن كذلك بل لكلّ واحد من المولودين أيّام[3] معلومة من الشهر السابع إن وُلِد فيها استقام أن يعيش ، وإن وُلِد في الأيام التي قبلها من الشهر السابع أو في الأيام التي بعدها منه لم يمكن أن يعيش ، احتيج إلى معرفة ذلك في كلّ واحد من المولودين .

فوضع جالينوس الشروط التي يحتاج إلى اجتماعها فيمَن يعيش من المولودين في الشهر السابع ؛ فحصّلتُ تلك الشروط التي وصف جالينوس وعملتُ من جملتها باباً من الحساب يعرف به مَن الذي يمكن أن يعيش من المولودين في الشهر السابع ومَن الذي لايمكن أن يعيش منهم ، وهو هذا :

باب حساب يعرف به من يعيش من المولودين في الشهر السابع ومن لايعيش منهم .

إذا أردتَ أن تعرف أمر مولود وُلِد في الشهر السابع ، هل كان مولده في الأيام // منه التي قد يعيش مَن وُلِد فيها أو في التي لايعيش من وُلِد فيها ، فخُذ عدد أيام شهور حمل ذلك الجنين القمريّة التي قد تمّت له ، وما مضى من أيام الشّهر القمريّ الذي وُلِد فيه من أوّله إلى اليوم الذي فيه وُلِد ، وما كان بقي أيضاً من أيام الشهر الأوّل الذي فيه كان ابتداء الحمل إلى آخِر ذلك الشّهر القمريّ ، وكلّ ذلك على حساب الاجتماع لا على الرؤية ؛ فاجمع ذلك ؛ فما بلغ فهو أيام حمل ذلك الجنين ؛ ثمّ انظر ، فإن كانت جملتها

٥٩ ب

---

١ – جازها .
٢ – لمائتي .
٣ – اياما .

أقلّ من مئة واثنين وثمانين يوماً ونصف وثُمْن يوم بالتقريب فهو سقط لايعيش ، وهذه الأيام تكون من الشهور القمريّة ستّة أشهر وخمسة أيام ونصفاً بالتقريب لأنّــه لا يعيش ممّن وُلِد في الشهر السابع من الشهور القمريّة إلاّ مَن كان قد مضى له بعد تمام ستّة أشهر على هذه الشروط الخمسة الأيام والنصف التي ذكرنا أقلّــه .

وإن كانت جملة أيام الحمل التي ذكرنا أكثر من مئة واثنين وثمانين يوماً ونصف وثمن يوم بالتقريب فانظر أيّهما[1] أكثر ، عدد أيام ماكان بقي منذ[2] يوم حمل المولود من الشهر القمريّ الذي كان فيه ابتداء الحمل أو ما مضى من الأيام منذ أوّل الشهر القمريّ الذي فيه وُلِد المولود إلى اليوم الذي وُلِد فيه منه ، فزِد على أكثرهما مئة واثنين وستّين يوماً ونصف يوم أصلاً أبداً في كلّ جنين ؛ ثمّ انظر ، فإن كان مايجتمع أكثر من أيام حمل ذلك الجنين التي[3] ذكرنا آنفاً فإنّه سقط لايعيش ، وإن كانت مثلها أو أقلّ منها فارجع إلى الشهر الأوّل[4] من شهور حمل ذلك الجنين فخُذ مابقي من أيامــه منذ يوم الحمل إلى آخر الشهر وزِد عليه مئة وستّة وسبعين يوماً أصلاً أبداً ؛ // فإن كان ما يجتمع أكثر من أيام الحمل أو مثلها فهو من المولودين الذين يعيشون من أبناء السبعة[5] الأشهر ، وإن كان ما يجتمع أقلّ من أيام الحمل فإنّ الجنين سقط لا يعيش إلاّ أن تكون زيادتها عليه زيادة يجاوز[6] بها الشهر الثامن ويقــع في حدود الشهر التاسع أو العاشر فيكون ممّا يعيش . ٦٠ آ

فعلى هذا رأيتُ الأمر يدور فيما ذكر جالينوس أنّه امتحنه من أمــر المولودين لسبعة[7] أشهر ممّا حكاه عن ابقراط في تمام ذلك .

---

١ – انما .
٢ – ناقص .
٣ – الذي .
٤ – أول شهر .
٥ – التسعة .
٦ – يجوز .
٧ – لتسعة .

في أسباب هذا الحساب

الأصل فيما ذكرنا من أمر المولودين لسبعة[1] أشهر هـو أن للطبيعة في أعمالها حركات تجري على أدوار تابعة للحركات السماويّة ، وعلى هذا الحدّ يجري الأمر في الأمراض فضلاً عن غيرها ؛ هـذا معنا (؟)[2] يعرض في الأمراض من مشاركة المرض للطبيعة في حركاتها ومعارضتها لها بحركاته وإزالته لأعمالها مراراً كثيرةً عن مجاريها إلاّ أن الغالب يكون في أكثر الأمر حركات الطبيعة التابعة[3] للحركات السماويّة ؛ وإذا كانت الحـركات الطبيعيّة بنفسها لا بسبب مرض فهي أحرى أن يلزم ماعليه الحركات السماويّة ، وحركاتها في أمر الأجنّة ليست حركات مرض ، فهي إذاً من هذا الوجه أولى بلزوم أدوار الأشياء السماويّة وأن تكون تابعة لها ، وبخاصّة من الشمس والقمر ، والأمر في كون الأجنّة مقرون بهما جميعاً جارٍ على حسب حركاتهما .

فأسباب ما وصفنا من حساب أيام حمل المولودين لسبعة[4] أشهر مركّبة من الأمرَين جميعاً – أعني أمر الشمس وأمر القمر ؛ فأقلّ أزمان حمل المولودين لسبعة[5] أشهر يحتاج أن يكون قـد تمّ فيه مقدار النصف سنة ، // وذلك ٦٠ ب أن الإنسان إذا عدل عن الدور التامّ الذي هو سنة فليس يجد شيئاً أولى بحركة ثبتة وتغيّر قويّ من نصف الدور الذي هو نصف سنة ، وبهذا السبب قلنا : إنّه إن كان أقلّ من مئة واثنين وثمانين يوماً وكسر كان سقطاً لايعيش .

ويحتاج أيضاً مَن وُلِد في الشهر السابع ألاّ يجاوز مقدار السبعة الأشهر فيقع في الشهر الثامن الذي لا يعيش مَن وُلِد فيه ؛ ولمّا كانت الأشهر الطبيعيّة من[6] القمر وكانت الأشهر التي تكون ثلاثين يوماً ثلاثين يوماً إنّما هي صلح كان الأمر في تمام سبعة أشهر ودخول الشهر الثامن إنّما يجب أن يجري على

١ – لتسعة .
٢ – هكذا في الاصل .
٣ – تابعة .
٤ – لتسعة .
٥ – لتسعة .
٦ – في .

حساب الشهور القمريّة التي يكون الشهران منها تسعة وخمسين يوماً بالتقريب ، لا الشهور التي تكون ثلاثين يوماً ؛ وبهذا السبب إن جاوز مئتي يوم وستّة أيام بالتقريب لم يعش لأنه قد وقع في حدود الشهر الثامن .

وأيضاً فإنّ مَن وُلِد لسبعة[1] أشهر إن كانت أشــهره القمريّة تامّة على ماوصفنا فقد ذكرنا أمرها ؛ وإن لم تكن تامّة فإنّ خمسة منها تكون تامّة لا محالة ؛ وأمّا الشهر الأوّل والشهر السابع فقد يكونان ناقصَين إلاّ أن لهما حدّ من النقصان يحتملانه فإذا يجاوزاه لم يكن يحتسب بهما كالتامّين ؛ والحدّ الذي يحتملان معه ذلك هو أن يكون ما يقع من كلّ واحد منهما في أيام حمل الجنين أكثر من النصف من كلّ واحد منهما حتّى يكون قد مرّ على الجنين امو(؟)[2] وقتَين في كلّ واحـــد من ذَينك الشهرَين وهما وقتا الاجتماعَين منهما ووقتا الامتلائَين ، ونصف الشهر في أمر القمر نظير نصف السنة في أمر الشمس ؛ وبهذا السبب قلنا : إنّه تحتاج أن تنظر أيُّما أكثر عدداً ، مابقي من الشهر الأوّل // أو مامضى من السابع ، ثمّ تزيد على أكثرها عدد أيام خمسة أشهر ونصف قمريّة وهو مئة واثنان وستّون يوماً ونصف ؛ فإنّه إن كان مايجتمع من ذلك أكثر من عدد أيام حمل ذلك الجنين فهو سقط لأنّه إذا كان الأمر كذلك لم يكن قد مرّ بالجنين من الشهر السابع وقت الاستقبال منه ووقت الاجتماع أو لم يكن قد مرّ به من الشهر الأوّل وقت الاجتماع ووقت الاستقبال ، فإذا كان ذلك كذلك لم يحتسب ذلك الشهر كالتام فلا يكون الجنين من أبناء سبعة أشهر .

٦١ آ

فإذا امتحنّا ذلك الحساب الذي ذكرنا فعلمنا أنّه قد استوفى الجنين مايحتاج إليه من الشهور السبعة أردنا أن نعلم بعد ذلك هل جاوز مقدار مايكتفي به من ذلك فوقع في[3] عداد من يحكم فيه بحكم مَن وُلِد في الشهر الثامن ، وذلك نعلم بأن نأخذ[4] أيام الشهر الأوّل الذي من أوّل وقت الحمل إلى آخر الشهر

---

١ — لتسعة .
٢ — هكذا في الاصل .
٣ — من .
٤ — موحد .

الذي قد صحّ لنا من المحنة المتقدّمة أنّه أكثر من نصفه ، فنزيد عليه أيام ستّة أشهر تامّة إذ كان هذا أيضاً مايحتاج إليه لتتمّة سبعة أشهر إذ كنّا قد أقمنا أيام الشهر الأوّل مقام شهر ، وعدد أيام الستّة الأشهر القمريّة يكون مئة وستّة وسبعين يوماً ونصفاً[١] بالتقريب على أن نجعل الشهر السادس منها تسعة وعشرين يوماً لئلا يتمّ فيدخل في حدود الثامن ؛ وإذ كانت جملةُ مايجتمع ممّا ذكرنا أكثر من عدد أيام حمل الجنين فالمولود[٢] ممّا قد يعيش . وإلاّ فقد صار حكمه حكمَ مَن وُلِد في الشهر الثامن .

فهذه الأسباب التي ذكرنا تؤدي إلى معرفة أمر الحساب الذي قدّمنا ذكره في هذا المختصر .

تمّت مقالة ثابت بن قرّة

لمقالة جالينوس في المولودين لسبعة أشهر ممّا ترجمه ثابت بن قرّة الحرّاني الفيلسوف

١ – ونصف .
٢ – والمولود .

that it was ever used for predicting whether or not an infant born within the seventh month will perish. For one thing, the calculating can be done only after birth has already taken place; yet at that time it would be more sensible to wait and see if the baby makes it. Moreover, the application of this method requires knowledge of the exact date of conception, which one not likely possessed very often in those days. But even if this precondition be fulfilled, there remains another weighty objection: Since in the middle ages, physicians did not have sophisticated technical equipment at their disposal, seven-month babies would rarely, if ever, have survived. Therefore, we prefer to classify Thābit's algori thm as a kind of arithmetic exercise, as an attempt to give a more elegant mathematical formulation to those rules that, according to Galen, determine the viability of seven-month children.

conception and of birth are known. This mathematical procedure may be applied even by a person who is not familiar with the complicated theoretical considerations that underly its formulas, all the more so because it contains no more than four constants and is thus easy to remember. One merely has to introduce the relevant data of the particular baby into the appropriate formulas, then compare the results obtained with the actual length of that pregnancy, and finally look up the corresponding conclusions as for the viability of the neonate.

In the concluding part of the *Epitome*, Thābit gives for the different steps of his algorithm speculative reasons inferred from Galen's account, which yet is less definite on this point. The arithmetic determination of the viabilty of each individual seven-month child rests on the assumption that measuring gestational length by calendar periods is not only a matter of convenience, but is ultimately due to the fact, that the natural process of gravidity is governed by celestial cycles, in particular by the revolutions of the two great luminaries sun and moon, which also define those chronometric units. In other words, major events in the course of pregnancy, above all the event of birth, are supposed to coincide with, or rather be brought about by, special positions of sun and moon in their orbits. For that reason, the months of gravidity have to be established in accordance with the actual motion of the moon.

As human pregnancy fails to take a whole year, which would equal a complete revolution of the sun, its greatest influence will necessarily manifest itself after one half of the solar cycle, which is regarded as an important critical period, too. Therefore, half a year is considered the minimum duration of pregnancy. In analogy to the significance of the semiannual period for human reproduction, half a lunar cycle is likewise thought to define a critical time of prenatal development; of course, that semimonthly crisis produces its effects only with regard to the first and the seventh lunar month of gravidity. In order to be ranked among the viable seven-month children, an infant must have experienced at least one half of the month of conception and of the month of birth in his mother's womb. According to this hypothesis, seven-month babies capable of living are always conceived during the first half of a lunation, which is counted as the first month of pregnancy, but born in the second half of the seventh lunation, on condition that the whole period of gestation (calculated by days p. c.) does not amount to less than half a year. These are the premises that form the foundation of Thābit's algorithm for testing seven-month babies' chances to survive. He even gives an additional formula which serves to make sure that birth did not take place after the child's entrance into the eight lunar month of intrauterine life, since being born in that month would allegedly be fatal without exception.

All things considered, however, it seems to be not unreasonable to doubt that Thābit worked out his mathematical device for practical use, or at least,

As to the contents of our treatise and its historical assessment, I present here a short survey only, referring the reader to my study in Sudhoffs Archiv[6]. The doctrine of the viability of seven-month children as opposed to the non-viability of eight-month children, which ultimately goes back to a prescientific belief in the universal power of the number seven, was little disputed in Greek antiquity and almost unanimously accepted by medieval writers in East and West, mainly on the authority of the Hippocratic authors. Thābit's contribution to this subject is based on Galen's treatise *De septimestri partu*, of which only the latter part has survived in the original Greek[7], but is preserved completely in an Arabic version by Ḥunayn ibn Isḥāq[8]. Galen's book may be described as a considerably extended commentary on a passage of the Hippocratic treatise "On Eight-Month Children" *(De octimestri partu)*[9], where the minimum length of gestation with live birth is said to be half a year (or 182 days and a fraction), a figure illustrated by a calculation of the day of birth in a fictitious case.

As to Thābit's adaptation of the Galenic treatise, it is not a paraphrase which keeps closely to Galen's train of thought, as might be expected from its title "*mukhtaṣar*". Thābit rather selects from Galen's somewhat verbose argumentation the essential facts and treats them largely independently by reformulating and rearranging them according to his own purposes, which are obviously more mathematically than medically oriented. The *Epitome* is divided into three parts. In his introduction, Thābit mentions briefly Galen's starting point, viz. the difference of opinion on the principles determining gestational length which occurs in the Hippocratic Corpus. Then he cites Galen's empirical data on the interval in the seventh month during which viable children may be born; he found it to range from the 184th to the 204th day *post conceptionem*. In addition to this rough determination, however, the dates of the particular pregnancy have to be taken into consideration. According to Galen, the newborn is only capable of living, if the individual dates meet certain prerequisites, as explained in the third part of Thābit's adaptation.

In the second and principal part, the calculations put forth by Galen to exemplify those conditions are converted by Thābit into an algorithm, a sequence of arithmetic operations and check rules, by means of which it can be escertained, whether or not a child born on whatever day of the seventh month of gravidity is fit to be brought up, provided that the exact dates of

6. See above, note 3.

7. The Greek fragment was edited by Hermann Schöne, "Galenos' Schrift über die Siebenmonatskinder", *Quell. Stud. Gesch. Naturwiss. Med.* 3 (1933), 328-346.

8. Edited by Richard Walzer, "Galens Schrift 'Über die Siebenmonatskinder' ", *Rivista degli studi orientali* 15 (1935), 323-357; 16 (1936), 227.

9. Hp. *Oct.* 4,8-10: CMG I 2, S. 88-90 Grensem. = VII 436, 2-9 Littré.

NOTES AND COMMENTS

Thābit ibn Qurra's Epitome of Galen's Book on Seven-Month Children

Ursula Weisser

The Arabic miscellaneous manuscript Istanbul, Aya Sofya 3631, contains a collection of Galenic works either in translations or in adaptations by Arabic authors, headed by Ḥunayn ibn Isḥāq's famous *Risāla* on the Syriac and Arabic versions of Galen. In the second place, there appears a set of seven compendia written by the renowned Ḥarrānian mathematician, astronomer, and physician Thābit ibn Qurra (ca. 221/836-228/901)[1], among them (fol. 58 v-61 r) an "Epitome of Galen's Book on Seven-Month Children" *(Mukhtaṣar Thābit ibn Qurra li-Kitāb Gālinūs fī l-Mawlūdīn li-sabᶜat ašhur)*[2]. To supplement my German translation of that treatise, which was published a short time ago along with a detailed discussion of Thābit's version in relation to its Galenic model,[3] I now present the Arabic original, depending on the Aya Sofya codex,[4] which until recently has been thought to be unique. Lately, however, I learned from Fuat Sezgin that he had discovered a second copy in the State Public Library of Leningrad/USSR (no. firk arab 163), but had not succeeded in obtaining a microfilm of the manuscript. Regrettable though it is that I had to rely on a single source for establishing the Arabic text, yet the Aya Sofya copy apparently represents a rather authentic tradition and does not raise serious texual problems except in a few instances. It is written in a legible, partly vocalized *naskhī* script; the diacritical marks are frequently omitted[5].

1. These compendia were first reported by Hellmut Ritter and Richard Walzer, "Arabische Übersetzungen griechischer Ärzte in Stambuler Bibliotheken", *Sitz. Ber. PreuB. Akad. Wiss., Phil.-hist. Kl.* 26 (1934), 832. See also Fuat Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, vol. 3 (Leiden, Brill, 1970), p. 261 s.

2. In Ibn Abī Uṣaibiᶜa, *ᶜUyūn al-anbā' fī tabaqāt al-aṭibba'*, ed. August Müller (Cairo, Königsberg, 1882-1884), vol. 1, p. 218, l. 19 s., it is called "synopsis" *(ǧawāmiᶜ)*; Ibn al-Qifṭī, *Ta'rīkh al-ḥukamā'*, ed. Julius Lippert (Leipzig, 1903), p. 118, does not mention the fact that it is an adaptation of a Galenic work.

3. Ursula Weisser, "Die hippokratische Lehre von den Siebenmonatskindern bei Galen und Tābit ibn Qurra", *Sudhoffs Archiv* 63 (1979), 209-238.

4. I am much indepted to Professor Fuat Sezgin for a microfilm of the manuscript.

5. For a more detailed description of the codex Aya Sofya 3631, see Gotthelf Bergtsträßer, *Hunain ibn Isḥāq: Über die syrischen und arabischen Galen-Übersetzungen. Zum ersten Mal herausgegeben und übersetzt (= Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes* 17,2. Leipzig, 1925), p. i. s., where the manuscript is dated 7th/8th cent. H.

A New Type of Numbers in A Seventeenth Century Manuscript: Al-Yāzdī on Numbers of Equal Weight

ALIREZA DJAʿFARI NAINI

Used literatur and indications for its procurament

1 Dj^cafari Naini, Alireza: *Geschichte der Zahlentheorie im Orient im Mittelalter und zu Beginn der Neuzeit unter besomderer Berücksichtigung persischer Mathematiker, (Braunschweig*: 1982). Verlag Klose & Co.,

2 Ḫātūn Ābādī, Muḥammad: *Šarḥ ^cuyūn al-ḥisāb* (Commentary on '^cUyūn al-ḥisāb'), printed in 17th/18th century.
This translation is to be found in the library of Parliament of Teheran (Kitābhāna-i Mağlis-i Šūrā-i Millī) and it is registered there in the Volume 6 page 107 of the list. At the same library a microfilm of this translation is also available under number 2130.

3 Yāzdī, Muḥammad Bāqir: *^cUyūn al-ḥisāb* (Spring of arithmetic), printed in 17th century. One copy of this work was taken into the collection of manuscripts of the Central Library of the University of Teheran (Kitābhāna-i Markazī Dānisğah) and registered under number 464.

* You might guess that further perfect numbers were isolated numbers but that is not right (we took the numbers up to 50^2 in consideration) as for example

$$496 \qquad \{496,\ 652\} \qquad 496 \underset{gg}{\sim} 652.$$

This is valid as well for the pairs of amicable numbers

$$220 \qquad \{284\}$$

$$284 \qquad \{220,\ 562\} \qquad 220 \underset{gg}{\sim} 562$$

and

$$1184 \qquad \{1210,\ 1336,\ 2362\} \qquad 1210 \underset{gg}{\sim} 1336 \underset{gg}{\sim} 2362$$

$$1210 \qquad \{1184,\ 1490,\ 1604,\ 1898\} \quad 1184 \underset{gg}{\sim} 1490 \underset{gg}{\sim} 1604 \underset{gg}{\sim} 1898$$

As there is to be seen in the table showing the numbers $m = 0, \ldots, 100$, no number has the weight 2, 5, 52. 88, or 96. From those 101 weights 32 (numbers) are weights of isolated numbers. Furthermore the rest of 64 (numbers) are weights of numbers of equal weight, from which only the 1 is the weight of an infinite set of numbers of equal weight (theorem 1), the other 63 (numbers) weights are a finite set of numbers of equal weight as theorem 4 generally proves. The following is to be stated:

If the set of isolated numbers is finite, the set of numbers of equal weight having a weight of ≥ 2 will be infinite. If the set of numbers of equal weight having a weight of ≥ 2 is finite the set of isolated numbers will be infinite.

After the knowledge of that interesting kind of numbers has been spread here too, some mathematicians will surely be found who will study their properties and perhaps will develop further theories.

We are not able to answer the question yet in what way Yāzdi found numbers of equal weight. May be they are the result of a mathematical play or they were born in a field outside mathematics like magic or some sort of that.

About further achievements of that Persian mathematician in the field of theory of numbers like perfect and amicable numbers you may read in my book [1].

$\sigma'(n) = m$	N_m	Numbers of equal weight.
76	{48,92,146}	$48 \underset{99}{\sim} 92 \underset{99}{\sim} 146$
77	{219,355,1003,1219,1363}	$219 \underset{99}{\sim} 355 \underset{99}{\sim} 1003 \underset{99}{\sim} 1219 \underset{99}{\sim} 1363$
78	{66}	
79	{365,497,737,1037,1121 1457,1517}	$365 \underset{99}{\sim} 497 \underset{99}{\sim} 737 \underset{99}{\sim} 1037 \underset{99}{\sim} 1121$ $1457 \underset{99}{\sim} 1517$
80	{6241}	
81	{147,153,511,871,1159,1591}	$147 \underset{99}{\sim} 153 \underset{99}{\sim} 511 \underset{99}{\sim} 871 \underset{99}{\sim} 1159 \underset{99}{\sim} 1591$
82	{158}	
83	{237,781,1357,1537}	$237 \underset{99}{\sim} 781 \underset{99}{\sim} 1357 \underset{99}{\sim} 1537$
84	{6889}	
85	{395,803,923,1139,1403, 1643,1739,1763}	$395 \underset{99}{\sim} 803 \underset{99}{\sim} 923 \underset{99}{\sim} 1139 \underset{99}{\sim} 1403 \underset{99}{\sim}$ $1643 \underset{99}{\sim} 1739 \underset{99}{\sim} 1763$
86	{166}	
87	{105,249,553,949,1273}	$105 \underset{99}{\sim} 249 \underset{99}{\sim} 553 \underset{99}{\sim} 949 \underset{99}{\sim} 1273$
88	∅	
89	{171,415,1207,1711,1927}	$171 \underset{99}{\sim} 415 \underset{99}{\sim} 1207 \underset{99}{\sim} 1711 \underset{99}{\sim} 1927$
90	{78,7921}	$78 \underset{99}{\sim} 7921$
91	{581,869,1241,1349,1541, 1769,1829,1961,2021}	$581 \underset{99}{\sim} 869 \underset{99}{\sim} 1241 \underset{99}{\sim} 1349 \underset{99}{\sim} 1541 \underset{99}{\sim}$ $1769 \underset{99}{\sim} 1829 \underset{99}{\sim} 1961 \underset{99}{\sim} 2021$
92	{88,178}	$88 \underset{99}{\sim} 178$
93	{267,1027,1387,1891}	$267 \underset{99}{\sim} 1027 \underset{99}{\sim} 1387 \underset{99}{\sim} 1891$
94	{116}	
95	{445,913,1633,2173}	$445 \underset{99}{\sim} 913 \underset{99}{\sim} 1633 \underset{99}{\sim} 2173$
96	∅	
97	{245,275,623,1079,1343, 1679,1943,2183,2279}	$245 \underset{99}{\sim} 275 \underset{99}{\sim} 623 \underset{99}{\sim} 1079 \underset{99}{\sim} 1343 \underset{99}{\sim}$ $1679 \underset{99}{\sim} 1943 \underset{99}{\sim} 2183 \underset{99}{\sim} 2279$
98	{9409}	
99	{1501,2077,2257}	$1501 \underset{99}{\sim} 2077 \underset{99}{\sim} 2257$
100	{124,194}	$124 \underset{99}{\sim} 194$

$\sigma'(n) = m$	N_m	Numbers of equal weight
51	{141,301,481,589}	$141 \underset{99}{\sim} 301 \underset{99}{\sim} 481 \underset{99}{\sim} 589$
52	∅	
53	{235,451,667}	$235 \underset{99}{\sim} 451 \underset{99}{\sim} 667$
54	{42,2809}	$42 \underset{99}{\sim} 2809$
55	{36,329,473,533,629,713}	$36 \underset{99}{\sim} 329 \underset{99}{\sim} 473 \underset{99}{\sim} 533 \underset{99}{\sim} 629 \underset{99}{\sim} 713$
56	{106}	
57	{99,159,343,559,703}	$99 \underset{99}{\sim} 159 \underset{99}{\sim} 343 \underset{99}{\sim} 559 \underset{99}{\sim} 703$
58	{68}	
59	{265,517,697}	$265 \underset{99}{\sim} 517 \underset{99}{\sim} 697$
60	{3481}	
61	{371,611,731,779,851,899}	$371 \underset{99}{\sim} 611 \underset{99}{\sim} 731 \underset{99}{\sim} 779 \underset{99}{\sim} 851 \underset{99}{\sim} 899$
62	{118,3721}	$118 \underset{99}{\sim} 3721$
63	{64,177,817}	$64 \underset{99}{\sim} 177 \underset{99}{\sim} 817$
64	{56,76,122}	$56 \underset{99}{\sim} 76 \underset{99}{\sim} 122$
65	{117,183,295,583,799,943}	$117 \underset{99}{\sim} 183 \underset{99}{\sim} 295 \underset{99}{\sim} 583 \underset{99}{\sim} 799 \underset{99}{\sim} 943$
66	{54}	
67	{305,413,689,893,989,1073}	$305 \underset{99}{\sim} 413 \underset{99}{\sim} 689 \underset{99}{\sim} 893 \underset{99}{\sim} 989 \underset{99}{\sim} 1073$
68	{4489}	
69	{427,1147}	$427 \underset{99}{\sim} 1147$
70	{134}	
71	{201,649,901,1081,1189}	$201 \underset{99}{\sim} 649 \underset{99}{\sim} 901 \underset{99}{\sim} 1081 \underset{99}{\sim} 1189$
72	{5041}	
73	{98,175,335,671,767, 1007,1247,1271}	$98 \underset{99}{\sim} 175 \underset{99}{\sim} 335 \underset{99}{\sim} 671 \underset{99}{\sim} 767 \underset{99}{\sim} 1007 \underset{99}{\sim} 1247 \underset{99}{\sim} 1271$
74	{70,142,5329}	$70 \underset{99}{\sim} 142 \underset{99}{\sim} 5329$
75	{213,469,793,1333}	$213 \underset{99}{\sim} 469 \underset{99}{\sim} 793 \underset{99}{\sim} 1333$

$\sigma'(n) = m$	N_m	Numbers of equal weight
26	{46}	
27	{69,133}	$69 \underset{gg}{\sim} 133$
28*	{28}	
29	{115,187}	$115 \underset{gg}{\sim} 187$
30	{841}	
31	{32,125,161,209,221}	$32 \underset{gg}{\sim} 125 \underset{gg}{\sim} 161 \underset{gg}{\sim} 209 \underset{gg}{\sim} 221$
32	{58,961}	$58 \underset{gg}{\sim} 961$
33	{45,87,247}	$45 \underset{gg}{\sim} 87 \underset{gg}{\sim} 247$
34	{62}	
35	{93,145,253}	$93 \underset{gg}{\sim} 145 \underset{gg}{\sim} 253$
36	{24}	
37	{155,203,299,323}	$155 \underset{gg}{\sim} 203 \underset{gg}{\sim} 299 \underset{gg}{\sim} 323$
38	{1369}	
39	{217}	
40	{44,74,81}	$44 \underset{gg}{\sim} 74 \underset{gg}{\sim} 81$
41	{63,111,319,391}	$63 \underset{gg}{\sim} 111 \underset{gg}{\sim} 319 \underset{gg}{\sim} 391$
42	{30,1681}	$30 \underset{gg}{\sim} 1681$
43	{50,185,341,377,437}	$50 \underset{gg}{\sim} 185 \underset{gg}{\sim} 341 \underset{gg}{\sim} 377 \underset{gg}{\sim} 437$
44	{82,1849}	$82 \underset{gg}{\sim} 1849$
45	{123,259,403}	$123 \underset{gg}{\sim} 259 \underset{gg}{\sim} 403$
46	{52,86}	$52 \underset{gg}{\sim} 86$
47	{129,205,493}	$129 \underset{gg}{\sim} 205 \underset{gg}{\sim} 493$
48	{2209}	
49	{75,215,287,407,527,551}	$75 \underset{gg}{\sim} 215 \underset{gg}{\sim} 287 \underset{gg}{\sim} 407 \underset{gg}{\sim} 527 \underset{gg}{\sim} 551$
50	{40,94}	$40 \underset{gg}{\sim} 94$

$\sigma'(n) = m$	N_m	Numbers of equal weight
0	$\{1\}$	
1	$\mathbb{P} = \{2,3,5,7,\ldots\}$	$2 \underset{99}{\sim} 3 \underset{99}{\sim} 5 \underset{99}{\sim} \ldots$
2	$\emptyset$	
3	$\{4\}$	
4	$\{9\}$	
5	$\emptyset$	
6	$\{6,25\}$	$6 \underset{99}{\sim} 25$
7	$\{8\}$	
8	$\{10,49\}$	$10 \underset{99}{\sim} 49$
9	$\{15\}$	
10	$\{14\}$	
11	$\{21\}$	
12	$\{121\}$	
13	$\{27,35\}$	$27 \underset{99}{\sim} 35$
14	$\{22,169\}$	$22 \underset{99}{\sim} 169$
15	$\{16,33\}$	$16 \underset{99}{\sim} 33$
16	$\{12,26\}$	$12 \underset{99}{\sim} 26$
17	$\{39,55\}$	$39 \underset{99}{\sim} 55$
18	$\{289\}$	
19	$\{65,77\}$	$65 \underset{99}{\sim} 77$
20	$\{34,361\}$	$34 \underset{99}{\sim} 361$
21	$\{18,51,91\}$	$18 \underset{99}{\sim} 51 \underset{99}{\sim} 91$
22	$\{20,38\}$	$20 \underset{99}{\sim} 38$
23	$\{57,85\}$	$57 \underset{99}{\sim} 85$
24	$\{529\}$	
25	$\{95,119,143\}$	$95 \underset{99}{\sim} 119 \underset{99}{\sim} 143$

twins. We want to show the first two succeeding numbers of equal weight here too:

$$1: \begin{matrix} 6 = 2 \cdot 3 \\ 25 = 5^2 \end{matrix} \quad (6) \qquad 2: \begin{matrix} 10 = 2 \cdot 5 \\ 49 = 7^2 \end{matrix} \quad (8)$$

Rule No. 3 says:

You can find numbers of equal weight from a pair of numbers

$a = 2^n p_1 \qquad n = 2, 3, \ldots$

$b = 2p_2$ if the condition

$p_2 - (2^n - 1)p_1 = 2^2(2^{n-1} - 1)$ is satisfied.

For example

$$1: \begin{matrix} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 26 = 2 \cdot 13 \end{matrix} \quad (16) \qquad 2: \begin{matrix} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 38 = 2 \cdot 19 \end{matrix} \quad (22)$$

The following table shows the values of

$\sigma'(n) = m$ for $m = 0$ to $m = 100$ an.

Now we have to study the **formation-rule** for numbers of equal weight. There are different rules applicable for finding of numbers of equal weight but the most interesting ones are the rules No. 1 and 2 described by me as follows. **Rule No. 1** is an extension of Yāzdi's rule. (His condition $p_1 + p_2 = 2^n$ can be omitted.)

Rule No. 1 says:

From a pair of numbers of the form $a = p_1 p_2 \; (p_1 < p_2)$

$b = q_1 q_2 \; (q_1 < q_2)$

you can find numbers of equal weight if the condition $p_1 + p_2 = q_1 + q_2$ is satisfied.

After that the first two successive numbers can be established. The sum of their proper divisors (their weight) is added in parathesis.

$$1: \begin{matrix} 39 = 3 \,.\, 13 \\ 55 = 11 \,.\, 5 \end{matrix} \quad (17) \qquad 2: \begin{matrix} 65 = 5 \,.\, 13 \\ 77 = 7 \,.\, 11 \end{matrix} \quad (19)$$

Yāzdi's condition taken into consideration $87 \underset{gg}{\sim} 247$ as the second pair of numbers of equal weight would follow first said.

My rule differs from Yāzdi's in the fact that, if you use it, you can produce much more numbers of equal weight in finite sequence. Of course it can be extended to numbers of any given factorization into prime factors, generally said:

$$a = p_1 \, p_2 \cdots p_r$$
$$b = q_1 \, q_2 \cdots q_s \,.$$

So the pair of numbers $a = p_1 \, p_2 \, p_3$

will be of equal weight with $b = q_1 \, q_2 \, q_3$

if the condition

$$p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 + p_1 + p_2 + p_3 = q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3 + q_1 + q_2 + q_3$$

is satisfied.

$$\text{Example:} \quad \begin{matrix} 170 = 2 \,.\, 5 \,.\, 17 \\ 182 = 2 \,.\, 7 \,.\, 13 \\ 302 = 2 \,.\, 151 \end{matrix} \quad (154)$$

Rule No. 2 derives from prime twins.

It says:

If p, q are successive primes with a distance $q - p = 2$ then you will find $q^2 \underset{gg}{\sim} 2p$ because the condition $\sigma'(q^2) = \sigma'(2p) = 3 + p$ is satisfied. This theorem is also valid inversely, i. e. if the condition $q^2 \underset{gg}{\sim} 2p$ is satisfied p,q will be prime

The first result is $m \equiv 0\ (2)$, N_m includes max $\frac{m}{2} - 1$

add numbers and they all are square numbers. (N_m may include even numbers as well).

Ib. $$m \equiv 1\ (2)\ ;\ n \equiv 0\ (2) \Rightarrow \prod_{k=1}^{k} (1 + p_k + \ldots + p_k^{\alpha_k}) \equiv 1\ (2)$$

$$p_1 = 2\ ;\ \underset{k>1}{p_k \equiv 1\ (2)} \Rightarrow \prod_{k=2}^{k} (a_k + 1) \equiv 1\ (2) \Rightarrow \alpha_k + 1 \equiv 1\ (2)$$

$$\Rightarrow \alpha_k \equiv 0\ (2).$$

The second result is $m \equiv 1\ (2)$, $n \equiv 0\ (2)$, any even $n \in N_m$ either an even square number or the double of a square number.

II. $$m + n \equiv 0\ (2) \Rightarrow m \equiv n\ (2)$$

IIa. $$m \equiv n \equiv 1\ (2) \Rightarrow \prod_{k=1}^{k} (1 + p_k + \ldots + p_k^{\alpha_k}) \equiv 0\ (2)$$

$$p_k \equiv 1\ (2) \Rightarrow \prod_{k=1}^{k} (\alpha_k + 1) \equiv 0\ (2) \Rightarrow \text{at least a } \alpha_k \text{ add } n \neq \square\ .$$

The third result is $m \equiv n \equiv 1\ (2) \Rightarrow n \neq \square$.

IIb. $$m \equiv n \equiv 0\ (2) \Rightarrow \prod_{k=1}^{k} (1 + p_k + \ldots + p_k^{\alpha_k}) \equiv 0\ (2)$$

$$p_1 = 2\ ;\ \underset{k>1}{p_k \equiv 1\ (2)} \Rightarrow \prod_{k=2}^{k} (a_k + 1) \equiv 0\ (2)\ .$$

The fourth result is $m \equiv n \equiv 0\ (2) \Rightarrow 2^{\alpha^1}$ or $n \neq \square$.

Summing up we can write:

$$n \subset N_m\ ;\quad n \equiv 1\ (2) \Rightarrow \begin{cases} m \equiv 0\ (2) \Rightarrow n = \square \\ m \equiv 1\ (2) \Rightarrow n \neq \square \end{cases}$$

Proof: First the following evaluation shall be taken:

$$N_m = \{n;\ \sigma'(n) = m > 1\ ;\ m\ (\text{fixed})\}$$

$$N_m \subset \{4, 5, 6, \ldots, (m-1)^2\} / \begin{cases} p < (m-1)^2 \\ p^2 < (m-1)^2 \end{cases}$$

$$p \mid n\ ;\ \sigma'(n) = m \Rightarrow m \geq 1 + \frac{n}{p}$$

or $\quad p\,(m-1) \geq n$; for from $p < m - 1$ follows

$\sigma'(p^2) = 1 + p < m$; from $p = m - 1$ follows

$\sigma'(p) = p + 1 = m$; from $p \geq m$ follows $\sigma'(m) \geq 1 + p > m$ . .

It be $\quad \sigma'(n) = \sum\limits_{\substack{d \mid n \\ d < n}} 1 : \sigma'(n) + n = \sigma(n)\ ;\ N_m = \{\sigma(n) = m + n\}$.

Further more be

$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$; $p_1 < p_2 < \ldots < p_k$ primes and

$a_1, \ldots, a_k \in N$,

there is then

$$\prod_{k=1}^{k} \left(1 + p_k + p_k^2 + \cdots + p_k^{\alpha_k}\right) = m + \prod_{k=1}^{k} p_k^{\alpha_k} .$$

The following distinction of cases can be established:

I. $\qquad m + n \equiv 1\ (2)$

Ia. $\qquad m \equiv 0\,(2)\ ;\ n \equiv 1\,(2) \Rightarrow \prod\limits_{k=1}^{k} (1 + p_k + \ldots + p_k^{\alpha_k}) \equiv 1\,(2)$

$$p_k \equiv 1\ (2) \Rightarrow \prod_{k=1}^{k} (a_k + 1) \equiv 1\ (2) \Rightarrow \alpha_k + 1 \equiv 1\ (2)$$

$$\Rightarrow \alpha_k \equiv 0\ (2) \Rightarrow n = \square \text{ square number}$$

$$N_m \subseteq \{3^2, 5^2, 7^2, \ldots, (2k+1)^2\}\ ;\ 2k + 1 \leq m - 1 \Rightarrow k \leq \frac{m}{2} - 1\ .$$

In this day's written form

$$2^n = p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 \cdot p_2 = a$$

It be of equal weight

$$2^n = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1 \cdot q_2 = b$$

$$\sigma'(a) = \sigma(a) - a = (p_1 + 1)(p_2 + 1) - p_1 \cdot p_2 = p_1 + p_2 + 1 = 2^n + 1$$

$$\sigma'(b) = \sigma(b) - b = (q_1 + 1)(q_2 + 1) - q_1 q_2 = q_1 + q_2 + 1 = 2^n + 1$$

$$\Rightarrow \sigma'(a) = \sigma'(b) = 2^n + 1$$

To this the example by Yazdi: for $n = 4$

$$2^4 = 16 = 3 + 13 \Rightarrow a = 3 \,.\, 13 = 39$$

It be

$$2^4 = 16 = 5 + 11 \Rightarrow b = 5 \,.\, 11 = 55$$

$$\sigma'(a) = (3+1)(13+1) - 39 = 17 = \sigma'(b) = (5+1)(11+1) - 55 = 17 = 2^4+1$$

I add as another example: for $n = 5$

$$2^5 = 32 = 29 + 3 \Rightarrow a = 3 \,.\, 29 = 87$$

It be

$$2^5 = 32 = 19 + 13 \Rightarrow b = 19 \,.\, 13 = 247$$

$$\sigma'(a) = (3+1)(29+1) - 87 = 33 = 2^5 + 1$$

$$\sigma'(b) = (19+1)(13+1) - 247 = 33 = 2^5 + 1$$

The next pair of numbers is therefore 87 and 247.

Yazdi did not answer the question in his manuscript if there existed another method besides the described one leading to finding of those numbers. This is remarqued by Ḫātūn Ābādi. In a marginal note (Copy 2) he adds a smaller pair of numbers, 12 and 26, the sums of divisors of which are of equal weight (16) as well. However Ḫātūn Ābādi does not describe the method he used to find those numbers.

As far as I know, no one except Muḥammad Bāqir Yazdī and his translator has studied those numbers.

Here is following the theory I have established for those numbers. See also [1, pp. 63-72].

Definition 1: If $a, b \in N$; $\sigma(a) - a = \sigma(b) - b$, then a, b will be called "of equal weight": $= a \underset{gg}{\sim} b$.

The following theorems can be derived from the definition of numbers of equal weight:

Theorem 1: $p, q \in P \Rightarrow p \underset{gg}{\sim} q$

Proof: $\sigma(p) - p = 1 = \sigma(q) - q$

From theorem 1 can be directly concluded

Theorem 2: $a = q \in P$, $b \in N$; $a \underset{gg}{\sim} b \Leftrightarrow b = q \in P$

The relation "$\underset{gg}{\sim}$" is reflexive, symmetrical and transitive.

Theorem 3: **Assumption:** $a \neq b$; $a, b \notin P$ $a \underset{gg}{\sim} b$

$c \in N$: $c > 1$; $(c, ab) = 1$

Assertion: $ac \underset{gg}{\not\sim} bc$ ($\underset{gg}{\not\sim}$ means, that $\underset{gg}{\sim}$ not is valid.)

Proof : Indirect: assume $ac \underset{gg}{\sim} bc$;

$$\sigma(ac) - ac = \sigma(bc) - bc \tag{1}$$

$$\sigma(a) - a = \sigma(b) - b \tag{2}$$

From (1) follows: $\sigma(a)\,\sigma(c) - ac = \sigma(b)\,\sigma(c) - bc$

or
$$\sigma(a)\,\frac{\sigma(c)}{c} - a = \sigma(b)\,\frac{\sigma(c)}{c} - b. \tag{3}$$

From (2) follows: $\sigma(b) = \sigma(a) + b - a$. (4)

(4) set in (3):

$$\sigma(a)\,\frac{\sigma(c)}{c} - a = (\sigma(a) + b - a)\,\frac{\sigma(c)}{c} - b$$

or
$$b - a = \frac{\sigma(c)}{c}(b - a) \qquad b \neq a$$

results in $\frac{\sigma(c)}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$ contradiction.

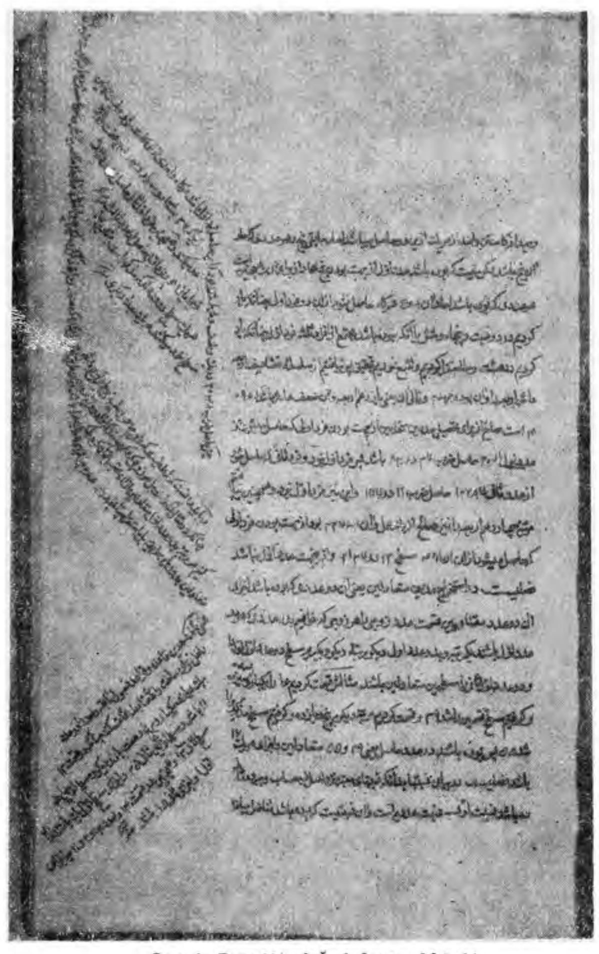
Definition 2: $a \in N$, a will be called "isolated number" or "I-number", if for every $b \in N$, $b \neq a$ is valid $a \underset{gg}{\not\sim} b$.

For the number of 'numbers of equal weight' with equal weights is valid

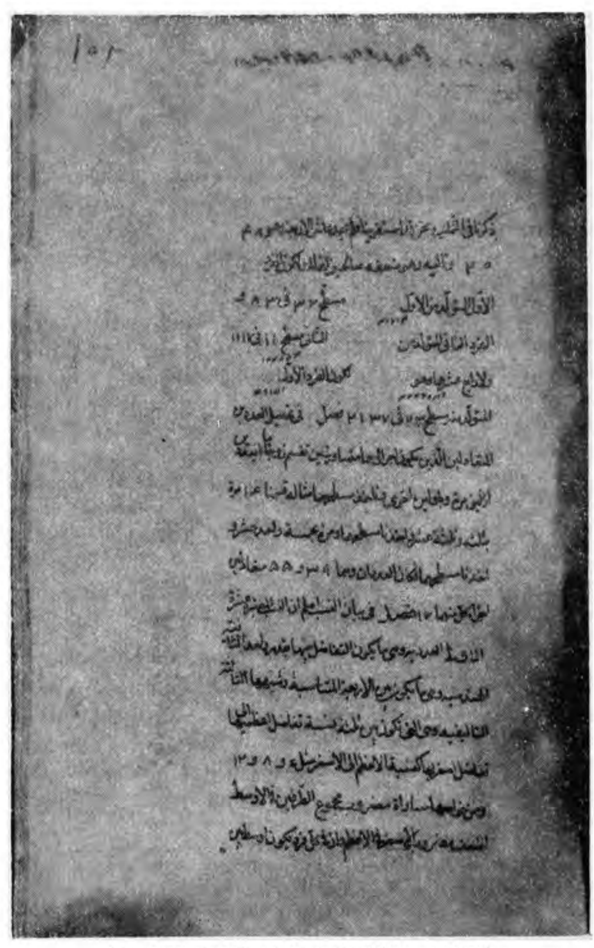
Theorem 4: It be $N_m = \{n; \sigma'(n) = m \text{ (fixed)}\}$.

So N_m is either the empty set $\emptyset$ or N_m is an element of a set $= \{n_I\}$, i. e. n_I is an "isolated number" or $N_m = N_1$ is the set P of all primes or N_m is a finite set for $m > 1$ and there is to be applied

$$|N_m| \leq (m-1)^2 - 1 - \pi((m-1)^2) - \pi(m-2) \text{ with } \pi(x) = \sum_{p \leq x} 1; p \in P.$$



Copy 2: Page 298 of 'Šarḥ ʿuyūn al-ḥisāb' by Ḫātūn Ābādī



Copy 1: Page 102ᵛ of the work 'ʿUyūn al-ḥisāb' by Muḥammad Bāqir Yazdi

A New Type of Numbers in A Seventeenth Century Manuscript: Al-Yāzdī on Numbers of Equal Weight

ALIREZA DJAᶜFARI NAINI*

TO THE GROUP OF PERFECT and amicable numbers there is to be added a new kind of numbers, that is 'the numbers of equal weight'.[1]

I discovered those numbers first when I studied the work 'ᶜUyūn al-ḫisāb' (Spring of Arithmetic) [3] by Muḥammad Bāqir Yazdi, a Muslim mathematician (died by 1637).

We don't know much about the life of this scientist. But we know that he lived during the rule of Shah 'Abbās I (1587-1628) and Shah Ṣafi (1628-1642) both of them rulers of the dynasty of Ṣefewiden. His most important work is the mentioned manuscript 'ᶜUyūn al-ḫisāb', later translated from Arabic into Persian by Muḥammad Bāqir al-Husainī al-Ḫātūn** Ābādī in his work 'Šarḫ ᶜuyūn al-ḫisāb' [2] where he also gave occasional comments by marginal notes. Yazdi dedicated a proper chapter of his work to numbers of equal weight titled (Copy 1) "*A chapter about finding two numbers of equal weight the divisors of them (sum) are equal.*" Otherwise explicated the **definition** is as follows:

Two natural numbers a and b will be called 'of equal weight' if the sums of their proper divisors are equal, or $\sigma'(a) = \sigma'(b)$.

Muḥammad Bāqir Yazdi indicates the following formation-rule:

> '*We decompose any even number*[2], *once additively into two primes and another time into two other primes and take the product of either of them. Example: We decompose* 16 *once into* 3 *and* 13 *and take their product, and another time we decompose* 16 *into* 5 *and* 11 *and take their product. The two numbers, that is* 39 *and* 55, *are of equal weight, the sum of the divisors of each is* 17."

* The author is a lecturer in mathematics and its history at the National University of Iran (Shahid Beheshti University).

** The transliteration follows the JHAS' system with some slight modifications:
ج = ğ , خ = ḫ , ش = š .

1. The word 'of equal weight' was translated from the Arabic word متعادل (symbol : $\overset{\sim}{gg}$ from the German expression for 'of equal weight' : 'gleichgewichtig').

2. There is probably meant 'power of 2' since Yāzdī respectively started from the sequence 2^n in the preceding chapters of his work (perfect, abundant and deficient, amicable numbers) and in the following example ($16=2^4$) as well. If the power of 2 is not a condition the first rule (see blelow) will be valuable.

The Arabic Text

رسالة أبي إسحق الصابي إلى أبي سهل الكوهي وجوابها

ج . ل . برغرن

بسم الله الرحمن الرحيم وبه أستعين . رسالة أبي إسحق الصابي إلى أبي سهل الكوهي .
كتابي . أطال الله بقاء سيدي الشيخ الفاضل . يوم الأحد الثامن من صفر . عن سلامة أحمد الله عليها وأسأله له مثلها . وكان كتاب سيدي الشيخ وصل إليّ منذ مدة بعيدة بالتفقد المشكور والبر الذي جرت به عادته ، وأجبت عنه جوابا سألت فيه أشياء مازلت متوقعا لها . فلم يكن منه في ذلك شيء إلى هذه الغاية ، وأوحشني بعد العهد بالمكاتبة وانقطاع تلك المادّة المشكورة . فكتبت هذا الكتاب متعرفا خبره أطابه الله ، ومتنجزا تلك الأشياء . فمنها أنه ، أيده الله ، ذكر لي في الكتاب الوارد منه استخراجه مركز ثقل قطعة من دائرة ، وأنه وجد البرهان على أن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة عدد إلى عدد وغير ذلك ممـــا خرج له . ورغبت إليه ، لا أخلى الله العلم وأهله منه ، في إتحافي بجميع ما استخرجه ، خاصة أن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة عدد إلى عدد . فإنه شيء تتطلع نفسي جدا إلى معرفته واستفادته . وأذكرته ماكان عقده لي على نفسه النفيسة من إتمام كتابه في مراكز الأثقال وإهداء نسخة منه إليّ والأشكال الباقية من المقالة الثانية من كتاب أبلونيوس في قطع النسبة المحدودة . وأنا أعيد وأكرر السؤال في جميع ذلك وأن يتفضل ، أيده الله، علّي به إما مجتمعاً وإما متفرقاً على ما تنشط له مع ذكر أخباره وأحواله، ومجاري أموره وعوارض حاجاته وهل له رأي في العود إلى مدينة السلم لنتقوّت الأمل ونتعلل بالمُنى . فقد علم الله شوقي إلى رؤيته واستيحاشي لمفارقته (D197r) وسيدي الشيخ ولي ما رآه، ويتفضل به في ذلك إن شاء الله . نسخة الجواب من الشيخ أبي سهل الكوهي . وصل كتاب سيدي الشيخ الفاضل وفهمته وسكنت إلى سلامته وحمدت الله عليها . والذي ذكر من كتاب مراكز الأثقال ووجود مركز قطعة من الدائرة ونسبة القطر إلى المحيط كنسبة عدد إلى عدد وبقية أشكال النسبة المحدودة لأبلونيوس قد فهمته . وأما نظري مفردا في بقية أشكال النسبة المحدودة فعندي أنه لايجيء منه مانريد ولايتم (C 210r) إلا معه وبمعونته ونظره كمـــا كانت في الأشكال التي حصلت معه وبمعونته . وتذكرت

شيئاً آخر وهو أنه في ابتداء المقالة الثانية من هذا الكتاب ثلثة أشكال أو أربعة مدّورة ، وأظن أنها من جنس تلك الأشكال التي استخرجها وابتدأ بها ، وهو النظر المفرد له في أوتار القسي من الدائرة كما نظر أبلونيوس في الخط المستقيم في النسبة المحدودة ، فلهذا السبب لابد لي من الاجتماع معه ونظره ومعونته في إتمام هذه (I 130r) الأشكال . وأرجو أن يكون الاجتماع قريبا إن شاء الله . وإن أراد الشيخ ذلك قبل الاجتماع فلا بد له منه ولابد لي من تلك الأشكال التي عنده وليس عندي لأنظر فيها لأي نسبة قسمها وطريقتها كيف كانت لاشتغالي بأشكال مراكز الأثقال . وأما مراكز الأثقال فبقي منها شيء يسير حتى يتم ستة مقالات متوالية ، أربعة منها التي عملتها هاهنا بالبصرة واثنين هناك ببغداد . ونعمل بعد ذلك إن شاء الله مقالة تكون فيها مسائل في مراكز الأثقال ، فتكون أحسن المقالات وأكبرها . ونتبع لهذه المقالة مقالات في أحوال مراكز الأثقال ثلثة وأربعة جسام ، سيالة وغير(D 197v) سيالة . وبعد هذه كلها أول هذه المقالات إن شاء الله . أما في الأربع مقالات التي عملتها هاهنا طولنا فيه أشياء عجيبة يدل كلها على نظم أفعال الباري عز وجل ، مثل الأشياء التي في الكرة والأسطوانة لأرشميدس . أليس كن نتعجب من اتفاق وقوع الكرة ثلثي الأسطوانة على ما وصف وبرهن عليه ، ومن المجسم المكافي أنه نصفها كما برهن عليه ثابت بن قرة ، ومن المخروط أنه ثلثها كما بينوا القدماء ذلك ؟ فقد وجدنا في أمور مراكز الأثقال نظما أعجب من ذلك ، ومنها أنه إذا أدرنا نصف دائرة $\overline{اب ج}$ التي مركزها $\overline{د}$ ، مع القطع المكافي الذي سهمه خط $\overline{ب د}$ ، ومع مثلث $\overline{اب ج}$ المستقيم الخطوط حول خط $\overline{ب د}$ القائم على خط $\overline{ا ج}$ ، حتى يحدث من إدارة الدائرة نصف كرة ، ومن القطع المكافي مجسم المكافي ، ومن المثلث مخروط . فيكون المخروط مجسما للمثلث كالمجسم المكافي لقطع المكافي ؛ ونصف الكرة لنصف الدائرة . فوجدنا أمر هذه الأشياء في مراكز الأثقال أعجب نظما من أمر ذلك في المساحة . أما مراكز أثقال هذه المجسمات فمركز ثقل مجسم المثلث أعني المخروط ، يقع على(C 210v) نسبة الواحد إلى أربعة من القطر ، والمجسم المكافي على نسبة الأثنين إلى ستة ، والكرة على نسبة الثلثة إلى ثمنية ، والمسطحات . أما مركز ثقل المثلث على نسبة الواحد إلى ثلثة والقطع المكافي على نسبة الاثنين إلى خمسة ، والنصف الدائرة على نسبة الثلثة إلى السبعة . وهذا مثال ذلك .(D 198r)

مركز ثقل المثلث على واحد من ثلث ١ من ٣
والقطع المكافي على اثنين من خمسة ٢ من ٥

ونصف الدائرة على ثلثة من سبعة ٣ من ٧
والمخروط على واحد من أربعة ١ من ٤
والمجسم المكافي على اثنين من ستة ٢ من ٦
ونصف الكرة على ثلثة من ثمنية ٣ من ٨

(I 130v) هذا هو النظم الطبيعي الذي وجدنا فيه مراكز الأثقال وتعجبنا من وقوع هذا الترتيب . وبعد ذلك شكل واحد هو مقدمة لوجود مركز ثقل قطعة من الدائرة ؛ وله مقدمات أيضا . وهو أنه إذا كان قطعتان من الدائرتين اللتين مركزهما واحد ونسبة نصف القطر من احديهما إلى نصف قطر الأخرى يكون نسبة ثلثة إلى اثنين وهما متشابهان ، فإن مركز ثقل قوس أصغرهما ومركز ثقل سطح أكبرهما يكون واحداً . مثال ذلك . إن نقطة ه مركز دائرتي ا ب ج د وخط ه ب د مستقيم ، ونسبة خط ج ه إلى خط ه ا كنسبة ثلثة إلى اثنين ومركز ثقل قوس ا ب نقطة ز ، فنقطة ز هي مركز ثقل سطح ج ه د القطاع أيضا . وبرهنت على ذلك في المقالة التي أنفذتها أول شكل منها إليه في الكتاب الذي كتبت قبل ذلك ، وفي تلك المقالة شكل آخر أيضاً وهو البرهان على أن نسبة كل قوس إلى وترها في الدائرة كنسبة نصف قطر تلك الدائرة إلى الخط الذي يكون فيما بين مركز الدائرة ومركز ثقل القوس . وهو شكل حسن غريب لأن ذلك (D 198v) الخط المستقيم أبدا هو مساو لقوس من محيط الدائرة . وهذا عجب لم يذكر . مثال ذلك . إن قوس ا ه ب من محيط الدائرة التي مركزها ج ونصف قطرها ج ه ومركز ثقل قوس ا ه ب نقطة د ، أقول إن نسبة قوس ا ه ب إلى وترها ، وهو ا ب . تكون أبدا كنسبة نصف قطر الدائرة ، وهو ه ج ، إلى خط ج د ؛ وهو فيما بين مركز الدائرة ومركز ثقل قوس ا ه ب ، وهو نقطة د . وبرهنت أن خط ج د المستقيم يكون أبدا مساويا لخط مقوس من محيط الدائرة . وهذه كلها من جملة أشكال كتاب مراكز الأثقال . وأما نسبة القطر إلى المحيط كنسبة عدد إلى عدد ليست منها . ولكن لما حصلت لنا (C 211r) هذه العلوم من مراكز الأثقال نظرنا في حال القطر مع المحيط وفرضنا نصف دائرة ا ب ج من الدائرة التي مركزها د وخط د ب عمود على قطر ا ج ونقطة ه مركز ثقل قوس ا ب ج . وعلمنا أن نسبة قوس ا ب ج إلى خط ا ج ، وهو وترها ، كنسبة نصف قطر الدائرة ، أعني خط ب د ، إلى خط د ه لأنا قد برهنا ذلك في كل قطعة من الدائرة فكيف في نصف الدائرة . وجعلنا نسبة خط د ز إلى خط د ب كنسبة خط د ز إلى خط د ب كنسبة ثلثة إلى اثنين ونخط على مركز د وببعد (I 131r) د ز دائرة ح ز ط ، حتى يكون

نقطة ه مركز ثقل سطح نصف دائرة ح ز ط أيضاً كما قلنا . فلأن نسبة خط ب د إلى خط د ه كنسبة قوس ا ب ج إلى خط ا ج وكنسبة نصف (D 199ʳ) قوس ا ب ج ، أعني قوس ب ج . إلى نصف خط ا ج ، لأن نقطة د مركز الدائرة . فنسبة قوس ج ب إلى خط ب د كنسبة خط ب د إلى خط د ه . فضرب قوس ب ج في خط د ه مساو لمربع خط ب د . وأيضا لأن نسبة خط ز د إلى خط د ب كنسبة ثلثة إلى اثنين فنسبة مربع خط ز د إلى مربع خط د ب كنسبة تسعة إلى أربعة . ومربع ب د مساو لضرب قوس ب ج في خط د ه فنسبة مربع ز د إلى ضرب قوس ب ج في خط د ه كنسبة تسعة إلى أربعة . ونسبة ضرب قوس ب ج في خط د ه إلى ضرب قوس ب ج في خط ز د هي كنسبة أربعة إلى تسعة وثلث لأنهما كنسبة ثلثة إلى سبعة . فبالمساواة يكون نسبة مربع خط ز د إلى ضرب قوس ب ج في خط ز د كنسبة تسعة إلى تسعة وثلث . ونسبة ضرب قوس ب ج في خط ز د إلى ضرب قوس ز ط في خط ز د كنسبة قوس ب ج إلى قوس ز ط لأن خط ز د ارتفاع مشترك لهما . ونسبة قوس ب ج إلى قوس ز ط كنسبة خط ب د إلى خط د ز لأن قوسي ب ج ز ط متشابهان و د مركز الدائرة . ونسبة خط ب د إلى خط د ز كنسبة اثنين إلى ثلثة فنسبة ضرب قوس ب ج في خط ز د إلى قوس ز ط في خط د ز كنسبة اثنين إلى ثلثة ، التي هي كنسبة تسعة وثلث إلى أربعة عشر . وبالمساواة أيضا يكون نسبة مربع خط ز د إلى ضرب خط ز د في قوس ز ط كنسبة خط ز د إلى قوس ز ط ، فنسبة خط د ز إلى قوس ز ط كنسبة تسعة إلى (D 199ᵛ) أربعة عشر . ونسبة ضعف قوس ز ط ، أعني قوس ح ز ط ، إلى ضعف د ز ، أعني إلى خط ح ط ، كنسبة (C 211ᵛ) تسعة إلى أربعة عشر . وخط ح ط قطر الدائرة وقوس ح ز ط قطر الدائـرة وقوس ح ز ط نصف محيطها فنسبة القطر إلى المحيط كله كنسبة تسعة إلى ثمنية وعشرين ، وهي كنسبة عدد إلى عدد . فحصل المحيط ثلثة أمثال القطر وتسع ، فلما حصل لنا ذلك نظرنا في رسالة أرشميدس التي يقول فيها إن محيط الدائرة أقل من ثلثة أمثال قطرها وعشرة أجزاء من سبعين جزءاً ، أعني السبع . وهذا موافق لقولنا غير مناقض له لأن التسع أقل من السبع لا محالة . ولكن قال فيها أيضاً إنه أعظم من ثلثة أمثال وعشرة أجزاء من واحد وسبعين جزءاً ، وهذا ليس بموافق ، إلا أن يقول واحد وتسعين جزءا بدلا من واحد وسبعين ، حتى يكون موافقا ؛ وليس علينا أكثر من ذلك . ولا ظننا بواحد من القدماء إلا جميلاً حسناً ، فكيف بأرشميدس وهو (I 131ᵛ) الإمام في ذلك . وإن نشط الشيخ أن ينظر في برهان هذه

الأشكال التي قلت إنها مقدمات لهذا الشكل قبل اجتماعي معه يكتب بما يريد منها لأفرده من المقالة مع مقدماتها وأنفذه إليه . وأفتخر بنظره فيه غاية الفخر ، والله يعلم أن أكثر نظري في ذلك تقربا مني إليه . وعلى مقدار مطالعته إياي ورضاه مني يكون نشاطي في ذلك . وإن لم نتقرب بذلك إليه في عصرنا هذا فإلى من نتقرب ، وإن لم نفتخر به فبمن نفتخر ؟ ومن في زماننا هذا لنا ولأصحابنا الناظرين في هذا العلم غيره ومن يعلم مقدار هذا العلم سواه ؟ والله يطيل بقاءه ويديم نعماه ولا أخلاني منه بمنّه ورحمته . (D 200r) رسالة الصابي إلى أبي سهل الكوهي يسأله النظر في شكوك عرضت له فيما استخرجه . كتابي . أطال الله بقاء الشيخ . عن سلامة والحمد لله رب العلمين . وكان كتاب الشيخ وصل منذ مدة مشتملا على الشكل الذي عمله في وجود خط مستقيم مساو لمحيط دائرة ووجود سطح مستقيم الخطوط مساو لسطح دائرة ، فجعل عنده موقفه . واستحسنت الطريق التي سلكها إلا أني شككت في المقدمة التي استعملها مسلمة ، من أن نسبة الأسطوانة المدورة إلى الأسطوانة المربعة معلومة . وأوجب عن ذلك أن نسبة قاعدتها ، وهي دائرة ، إلى قاعدتها ، وهي مربعة ، معلومة . ولعمري إن نسبة الأسطوانة إلى الاسطوانة كنسبة القاعدة إلى القاعدة إذا تساوى الارتفاعان ، ولكن يكون ذلك في أسطوانتين من جنس واحد ، أعني أن تكونا مدورتين أو مربعتين . فإن مدورة ومربعة ليس يعلم (C 212r) النسبة بينهما ، فإن كان عند الشيخ في هذا برهان قد تقدم أو أصل قد عمل عليه تفضل عليّ وأفادنيه . فإني معلق القلب بهذا الأمر جدا . إذ كان ، أيده الله ، يعلم أن قدماء المهندسين مضوا وفي قلوبهم حسرة من وجود ما وجده وغير منكر ، ومع فضله وعلو طبقته أن يجد ما لم يجدوا . ويعلق قلبي أيضا بمعرفة الأشياء التي استخرجها في مراكز الأثقال . ولا شك في أنها عجيبة ، لأن هذا العلم ، أعني مراكز الأثقال ، لم يقع إلينا فيه كتاب كامل ولا عمل شاف لأحد من المتقدمين ولا من المحدثين . وهو عندي بمنزلة الصناعة المفردة التي يحتاج أن يعمل لها كتاب أصول ولكن هو ذا أحب أن أقف على ما استخرجه (D 200v) أولا أولا ومقالة (I 132r) بعد مقالة ومرتبة بعد مرتبة ، حتى تحصل لي معرفة الأصول التي بني عليها فلا يبقى في نفسي موضع شك كما عرض لي في أمر النسبة بين الأسطوانة المدورة والأسطوانة المربعة . والشيخ ولي التفضل بذلك ، واسعا في المقالة الأولى ثم الثانية ثم الثالثة : أولا أولا إلى آخر الكتاب . وفكرت في المقدمة المستعملة في مراكز الأثقال ، أن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على التكافي ، فوجدتها محتاجة إلى شرط وتحديد بحسب الوضع

والشكل لأنها إن استعملت مطلقة عرض فيها مع الإطلاق ما يفسدها . مثال ذلك . إنا نضــع سطحي ا ب ج د ج د ه ز متساويين قائمي الزوايا و ا ب أعظم من ا ه و ا ج مثل ج ه وضلع ج د مشترك بينهما ومركز ثقل سطح ا ب ج د نقطة ح ومركز ثقــل ج د ه ز نقطة ط فإذا أردنا مركز ثقل مجموع هــذين السطحين ، أعني سطح ا ب ه ز فإنا نصل بين نقطتي ح ط بخط مستقيم ، وهو خط ط ح ، ونقسمه بنصفين فتقع القسمة على نقطة ك التي هــي على نصف خط ج د وتكون نقطة ك هي مركز الثقل لمجموع السطحين ، وذلك لأن في نسبة المساواة تكون قسمة المسافة بين المركزين على نصفها والمكافاة وغير المكافاة واحد . فإذا أقررنا سطح ا ب ج د على وضعه وأزلنا سطح ج د ه ز عــن وضعه وجعلناه في موضع سطح ل م ن س على أن يكون خط ل ن مثل خط ج د وخط (D 201r) ل م مثل خط ج ه وخط ل ك مثل خط ك م ونقطة ع مركز ثقل سطح ل م ن س طلبنا مركز ثقــل مجموع سطحي ا ب ج د ل م ن س . فواجب أن نمــد خط ح ك ط إلى نقطة ع . (C 212v) ثم نقسم خط ح ع بنصفين على نقطة ف فتكون نقطة ف مركز ثقل مجموعهما على ماتوجبه المقدمة . وقد كانت نقطة ك مركز ثقل مجموعهما فقد اختلف المركزان مع اختلاف الوضعين مــن حيث لم يتغير الثقلان عن حالهما في التساوي . فإن نحن أوجبنا أن يكون مركز ثقلهما النقطة الاولى ، وهي نقطة ك . فنقطة ك ليست على نصف مسافة ح ع ، وفي ذلك نقض للمقدمة . وإن أوجبنا أن يكون مركز ثقل مجموع سطحي ا ب ج د ل م ن س نقطــة ف . التي هي نصف مسافــة ح ع ، ثم تصورنا أنا جعلنا على نقطة ف علاقة ورفعنا بها مجموع السطحين ، لم يجز أن يوازيا ســطح الأفق ، بل يكون الجانب الذي يلي خط ا ب أرجح مــن الجانب الذي يلي خط ن س . والأشكال والأوضاع تختلف اختلافا كثيرا . فكيف السبيل إلى التحرر مــن ذلك وهل يجوز استعمال هذه المقدمة على الإطلاق معما يعرض فيها من هذا الاختلاف يتفضل بتعريفي ما عنده في ذلك إن شاء الله . (I 132v) وورد علي من خبره في مصيره إلى واسط فانست أنسا شديدا وحدثت نفسي أنه يصير إلى بغداد فأسعد برؤيته ولقائه والاستفادة منه ومفاوضته هذه الاشياء وغيرها شفاها . فلما ورد العسكر المنصور سألت عنه أبا شجاع شهريار بن سرخان فعرفني رجوعه إلى البصرة وشرح لي مــن أحواله وأحوال القاضي أبي علي ربناس بن برناس (D 201v) ماسكنت إليه ، إلا أن الوحشة لتأخر الاجتماع وتعذره مقيمة على حالها . والله يحرسهما في القرب والبعد برحمته . ولمــا انتهيت من كتابي إلى هذا الموضع وصل كتابه مــن جهة أبي المفضل

الأنصري وفهمته وسكنت إلى مادل عليه من سلامته وحمدت الله عليها وسألته إدامتها والزيادة فيها . وتصفحت ماذكر أنه استخرجه من وجود مركز ثقل المثلث ومجسمه ، وهو المخروط . ووجود مركز القطع المكافي ومجسمه . ووجود مركز نصف الدائرة ومجسمها . وهو نصف الكرة . وأعجبت به جداً جداً وبما ظهر فيه من الأمر الذي كأنه طبيعي في لزوم ذلك التوالي والترتيب الذي شرحه وبينه . وتضاعف اغتباطي بالموهبة الجليلة فيه . فوالله ما رأى مثل نفسه ولا نطمع في أن نرى مثله وعزيز عليّ أن لا يوفيه الزمان وأهله حقه . ومن لي بأن يجمعني وإياه بلد واحد في البقية من عمري فأشغل زماني به وبالاستفادة منه ؟ ثم وقفت على الجملة التي ذكرها في وجود مركز ثقل (C 213r) قطعة من دائرة وفي البرهان على أن نسبة كل قوس إلى وترها كنسبة نصف قطر الدائرة التي هو فيها إلى الخط الذي بين مركز الدائرة ومركز ثقل تلك القوس ووجود النسبة بين قطر الدائرة وبين محيطها ، وأنها كنسبة عدد إلى عدد ، أعني نسبة تسعة إلى ثمنة وعشرين . وهذا عجيب جدا وأعجب منه الخلاف بينه وبين ما أورده أرشميدس . وقد ذكر أن لجميع ذلك أصولا ومقدمات قد بنا عليها . وبهذا السبب يتضاعف تعلق قلبي إلى أن أعرفها على تواليها وسياقتها حتى يحصل لي ما حصل له من اليقين وزوال الشكوك واعتراض الخصوم . (D 202r) وأرجو أن يتفضل ويسعفني بذلك أولاً أولاً فيتم به بفضله ويتكامل لي الفائدة منه . فإنه . أيده الله . يعلم أن هذه الأشياء جليلة عظيمة الخطر ، وإذا سمع المهندسون بها تحيروا وتشوقوا إلى معرفتها على حقائقها . وليس يحصل الثقة بها إلا مع سلامة المقدمات من الشكوك والاعتراضات ، فبهذا السبب سألته أن ينفذها التي على سياقتها من مبادئها إلى أواخرها . وعرضت لي . أيده الله الشيخ . مسئلة تنقسم إلى وجوه . خرج له بعضها وبعضها لم يخرج . وقد أثبتّها ليتأملها ويعرفني كيف السبيل إلى استخراج باقي الوجوه ويفيدني ما عنده في ذلك . لا أعدمني الله بقاءه والاستفادة منه . دائرة ب ج مفروضة وخط اب مماس لها على ب وخط ب ج د قطرها ونقطة ه مركزها ، ونريد أن نجد خطا يماسها وينتهي إلى خطي اب ب د كخط ا ز د حتى يكون نسبة (I 133r) از إلى ز د كنسبة ما معلومة . تحليله . لأن نسبة از إلى ز د معلومة يكون على التركيب نسبة اد إلى د ز معلومة هي كنسبة ضرب اد في د ز إلى مربع ز د . فنسبة ضرب اد في د ز إلى مربع ز د معلومة . ويصل ز ه فيكون زاوية ز قائمة وكذلك زاوية ب قائمة ، فنقط ا ز ه ب على محيط دائرة . فضرب ب د في د ه مثل ضرب اد في د ز ، فنسبة ضرب ب د في د ه

إلى مربع ز د معلومة . ومربع ز د مثل ضرب ب د في د ج فنسبة ضرب ب د في د ه إلى ضرب ب د في د ج معلومة ، وهي كنسبة د ه إلى د ج (D 202v) لأن ب د ارتفاع مشترك . فعلى التفصيل نسبة ه ج إلى ج د معلومة . و ه ج معلوم لأنه نصف القطر فخط ج د معلوم . (C 213v) فنقطة د معلومة فوضع خط د ز ا معلوم . ووجـــه آخر ألا يكون خط ب د قطرا للدائرة ، بل يكون وترا فيها ، يحيط مع خط ا ب المماس بزاوية معلومة وهي زاوية ا ب د ، ونريد أن تكون نسبة ا ز إلى ز د كنسبة معلومة . فعلى التحليل نسبة ا ز إلى ز د معلومة يكون إذا ركبنا نسبة د ا إلى ا ز معلومة . و ا ز مثل ا ب لأنهما مماسان ، فنسبة د ا إلى ا ب معلومة . وزاوية ا ب د معلومة فمثلث ا ب د معلوم الصورة . فزاوية د معلومة . ونخرج من ج خط ج ط على زاوية مساوية لزاوية د ، فيكون وضع خط ج ط معلوما . ونخرج مـــن مركز ه عموداً على خط ط ج ، وهو ه ح ، فيكون معلوم الوضـــع . وينتهي إلى نقطة ز فنقطة ز معلومـــة . وهـــذا البرهان أعم لأنه يقوم بالوجهين جميعا . ووجه ثالث ألا يكون خط ا ب مماساً للدائرة ، بل مفارقاً لهـــا ، ويكون خط ب د إما مارا بالمركز أو غير مار به ، الا أنه يحيط مع خط ا ب بزاوية معلومة ، وهي زاوية ب : كيف نجد الخط المماس وهو ا ز د ، على النسبة المعلومة . ووجه رابع أن يكون خط ا ب مقاطعاً للدائرة وخط ب د إما ماراً بالمركز أو غير مار بـــه ، الا أنه يحيط مع خط ا ب بزاوية معلومة ، وهي زاوية ب : كيف نجد الخط المماس، وهو خط ا ز د، على النسبة المعلومة . يتفضل بإرشادي إلى استخراج هذين (D 203r) الوجهين ، فقد تعذرا علّي إن شاء الله . تمت الرسالة والحمد لله رب العلمين . (I 133v)

جواب أبي سهل الكوهي عن كتاب أبي إسحق الصابي . وصل كتاب سيدي الشيخ الفاضل جوابا عن كتابيّ ، احدهما الذي كان فيه أول شكل من احدى مقالات مراكز الأثقال ، وذكر الأسطوانتين والدائرة والمربع ، والآخر الذي كان فيه ذكر وجود خواص أمور مراكز الأثقال ووصف الطريق إلى وجود نسبة القطر إلى المحيط . وسررت أولا لمـــا دل من خبر سلامته وحمدت الله عليها وسألته إدامتها والزيادة فيها . وكان قد كتب فيه أنه شك في المقدمة التي استعملتها أنا مسلمة في أن نسبة الأسطوانة المدورة إلى الأسطوانة المربعة معلومة ، وأوجب عـــن ذلك أن نسبة قاعدتها ، وهي دائرة ، إلى قاعدتها ، وهي مربعة ، معلومة . وقال لعمري إن نسبة الأسطوانة إلى الأسطوانة كنسبة القاعدة إلى القاعدة إذا تساوى (C 214r) الارتفاعان ، ولكن يكون ذلك في الأسطوانتين مـــن جنس واحد ، أعني أن تكونا مدورتين أو مربعتين . فأما مدورة

ومربعة فليس يعلم النسبة بينهما وفهمت ذلك ووقفت عليه وعلمت أن الشك في موضعه أحسن من اليقين في غير موضعه . ورجعت إلى ذلك الشكل الذي كتبته إلى الشيخ ونظرت فيه ولم يكن فيه ذكر المعلوم البتة على وجه من الوجوه . وما قلت فيه إن بين الأسطوانة المدورة وبين الأسطوانة المربعة نسبة معلومة ، ولا بين الدائرة والمربعة . ولم أقل شيئا ليس بي حاجة إليه . وأنا مستغن عن ذكر فيه ، مع أني لو قلته لكان جائزاً عند أصحابنا، لأنا نقول لمقدار ما إنه معلوم إذا أمكن أن نجد مساويا له وللمقدارين (D 203v) إن نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة إذا كنا نقدر أن نجد مقدارين على نسبتهما ، خطين كانا أو سطحين ، وإن كنا لانعلم أن احدهما أعظم أو أصغر أو مساو للآخر ، إذ لسنا نريد بهذا الوجه من المعلوم كمية شيء ، ولا بالنسبة المعلومة كمية مقدار أحدهما من الآخر ، كما يريد بالنسبة المعلومة أصحاب الجبر والمقابلة في العدد والحساب والمنجمون في الأوتار والجيوب كمية أحدهما من الآخر . والنسبة التي يزعمون بين الدائرة والمربع أنها ليست بمعلومة أو معلومة يريدون بالمعلوم من وجه الكم فقط . لأنهم يزعمون أنه لاتقع بين الدائرة وبين المربع مساواة ولا نسبة لأنهما ليسا من جنس واحد بزعمهم . وإذا قلنا لهم لمَ لا يجوز أن تكون بينهما نسبة كما كانت بين السطح الكري وبين السطح الأسطواني وبين السطح المخروطي وبين السطح المستوي نسبة المثل وغيرها ، كما برهن أرشميدس ذلك في كتاب الكرة والأسطوانة ، والمباينة بين هذه السطوح أكبر لا محالة من المباينة بين السطحين المستويين أحدهما مربع والآخر دائرة . وإن كان مع هذا ليس المربع من جنس الدائرة بزعمكم فواجب أن لايكون واحد من هذه السطوح التي ذكرناها من جنس الآخر ، ولا تقع بينها مناسبة . ومع هذا (I 134r) بينهما مناسبة ومساواة ، وقد برهن أرشميدس ذلك ، فلم لا يجوز أن يكون بين الدائرة وبين المربع مثل ذلك مع أنهما ليسا من جنس واحد بزعمكم ، ونريد نحن بالنسبة المعلومة نسبة الكم . فلا يريدون في قولهم على أنه ليس بينهما نسبة لأنهما ليسا من جنس واحد ، ولو كانت لوجدت كأنهم لم يقفوا على كلامنا ، أو يشكون في برهان أرشميدس أو يقع لهم أن كل نسبة تكون بين المقدارين (C 214v ; D 204r) توجد . وإن يقع لهم ذلك فهيهات . فظاهر بيّن أنهم يريدون بقولهم نسبة المربع إلى الدائرة إنها ليست بمعلومة نسبة الكم ، لانسبة الوجود كما قلنا . وأما نسبة الوجود على الوجه الذي نستعملها نحن كيف ليست بمعلومة بين الدائرة وبين المربع وكل واحد منهما معلوم ؟ وإذا كان مقداران معلومان فإن نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة عندنا ، كما برهن اقليدس

على ذلك في الشكل الأول من كتاب المعطيات . وكيف ليست بمعلومة ونقدر أن نجد دائرة مساوية لدائرة ومربعا مساويا لمربع ، حتى إذا بدلنا تكون نسبة الدائرة إلى المربع كنسبة الدائرة التي وجدناها إلى المربع الذي وجدناه . وكل مقدارين يوجد مقداران على نسبتهما ، فنسبة أحدهما إلى الآخر تكون معلومة ، كما ذكر اقليدس ذلك أيضاً . وهذا الوجه من المعلوم ليس من وجه الكم فلهذا وتر درجة واحدة ، أعني جزءا واحدا من ثلثمائة وستين جزءاً من الدائرة معلوم عند من يقسم الزاوية بثلثة أقسام متساوية ، لأنه يجده وكل مايقدر أن يجده معلوم عندنا . وذلك الوتر بعينه ليس بمعلوم عند بطلميوس والمنجمين . لأنهم يريدون بالمعلوم كمية من القطر . فإذا وجدنا شيئا واحدا بعينه معلوما عند قوم على وجه . وغير معلوم عند آخرين بوجه آخر ، فقد علمنا أن المعلوم من وجهين ، وكذلك النسبة المعلومة . وأبين من هذا أنه لو كان خط مستقيم ، مفروض عليه نقطة ما كيف وقعت ، فنسبة كل واحد من القسمين إلى الآخر معلومة عندنا ، لأن كل واحد منهما معلوم . وإن لم ندر أن أحدهما من الآخر هل هو أعظم أو أصغر أو مساو . وليس مثل هذا عندهم بمعلوم ، لأنهم يريدون بالمعلوم كمية الشيء ، وبالنسبة (D 204v) المعلومة كمية أحدهما من الآخر كما قلنا . فإذا كان الأمر كذلك فبيّن أنه لو قلت إن نسبة الأسطوانة المدورة إلى الأسطوانة المربعة معلومة بهذا الوجه ، أو نسبة الدائرة إلى المربع معلومة لكان جائزا . ولكني تجنبت ذلك القول حتى لاتقع شبهة ولا إشكال من جهة المعلوم الذي له وجهان ، كأني فطنت لما يخطر ببال قوم من هذا . وما استعملت ذلك لأنه لم يكن بي حاجة إلى استعماله في البرهان الذي يقوم على الخط المستقيم أنه يكون مساوياً للخط المقوس ، وسطح الدائرة لسطح المربع . وإذا كان الأمر كذلك فينبغي أن يتفضل الشيخ وينظر في ذلك الشكل دفعة أخرى ويتأمله أكثر ، لأني أتعجب من قوم يزعمون أن سطح الدائرة (C 215r) لايجوز أن يكون مساويا لسطح المربع ولا بينهما نسبة ، ويقولون لأن محيط (I 134v) الدائرة مقوس ، وليس هو من جنس محيط المربع ، وخاصة ممن يعرف أمور الأشكال الهندسية لأن محيط القطع المكافي أبعد من خط مستقيم من محيط الدائرة منه لانطباق أجزاء محيط الدائرة بعضها على بعض . وليس لمحيط القطع المكافي شيء من ذلك . وهذا الحال زيادة في مباينة محيط القطع المكافي مع الخط المستقيم من محيط الدائرة معه . فبالأولى أن لايكون القطع المكافي من جنس المربع عنده فلا يكونان متساويين ، ومع هذا وجدنا قطعا مكافيا مساويا لمربع ببرهان حقيقي ، أولا من ذكر أرشميدس في صدر كتاب الكرة

والأسطوانة بأنه كان وجده ، وبعد ذلك ببرهان ثابت بن قرة وبرهان ابراهيم بن سنان وبرهان أبي سعد بن سهل وغيرهم من أصحاب التعاليم ، الذين اعتمادهم على البراهين الحقيقية . وليس الخلاف في هذا بين القوم الذين يعرفون أمور الأشكال الهندسية ولهذا قلت (D 205ر) أعجب ممن يعرف أمور الأشكال الهندسية . وأما ممن لايعرف شيئا من ذلك فايس بعجب ، ولكن تعجبي من حكمهم على الأشياء لخلاف ما يدل عليه البرهان الهندسي ، لأني رأيت منهم قوماً يحكمون على أشكال أرشميدس وأشكال أبلونيوس وعلى ماينتج منهما بغير معرفة منهم بتلك الأشكال . وأما قولي إن نسبة الأسطوانة المدورة إلى الأسطوانة المربعة هي كنسبة القاعدة إلى القاعدة إذا كان ارتفاعهما سوا ، وإنما قلت هذا بلا شرح لأن هذا كان عندي أظهر من أن يحتاج إلى شرح . وبرهان ذالك أن ما أردنا بكل صنف من الأسطوانة ليس إلا مجسم يكون من ضرب قاعدتها في ارتفاعها ، فلهذا لو كان شكلان مسطحان مستويان ، بأي صورة كانا ، وإن لم تكن نسبة أحدهما إلى الآخر معلومة على وجه من الوجوه ، إذا جعلنا لهما خطا ما مستقيما ارتفاعا مشتركا ، كما نجعل ذلك بين الخطين دائماً تكون نسبة ضرب أحدهما في ذلك الخط ، أعني إحدى الأسطوانتين إلى ضرب الشكل الآخر في ذلك الخط بعينه ، أعني الأسطوانة الأخرى ، كنسبة أحد الشكلين إلى الآخر فلا نراعي قاعدتهما بأي شكل كانا بعد أن يكونا مستويين كما لانراعي قاعدتي سطحين متوازيي الأضلاع إذا كان ارتفاعهما سوا حال نسبتهما ، أمجهولتين كانا أم معلومتين كانا أم أصمّين أم أحدهما أصم والآخر منطق أو كان (C 215ظ) أبعد من ذلك بعد أن يكونا مستقيمين كما كانا ذلك مستويين . والشيخ ، كما لايشك في ذلك في أخذ الارتفاع المشترك بين الخطين المستقيمين بأنه صحيح كانت حال النسبة بينهما مجهولة أو مبهمة أو معلومة ، فينبغي أن لا يشك في أخذ الارتفاع المشترك بين السطحين المستويين ، إذا كان (D 205ظ) أحدهما دائرة والآخر مربعا بأنه صحيح ، لأن حال النسبة بينهما ليست أكبر من أن تكون مجهولة أو مبهمة . وإن شك في هذا فليشك في ذلك ، لأنه لا فرق بينهما من هذا الوجه ، أو يرجع إلى كتاب أقليدس وينظر في برهانه الذي قام على أن نسبة الأسطوانتين المدورتين إحداهما إلى الأخرى كنسبة القاعدة إلى القاعدة . وكذلك نسبة الأسطوانتين المربعتين هل ذلك البرهان يقوم على الأسطوانتين إذا كانت إحداهما مدورة والأخرى مربعة أم لا . ولو نظر (I 135ر) الشيخ في ذلك وتأمله لوجد الأمر كما قلته لأن برهان اقليدس في ذلك يرجع إلى أخذ الاضعاف الأول والثالث المتساوي المرات مع

الثاني والرابع . وهو كبرهانه في السطوح المتوازية الأضلاع والمثلثات على أن نسبة بعضها إلى بعض كنسبة قاعدة بعضها إلى بعض على النسق . لأن اقليدس يقول إن نسبة الأسطوانة إلى الأسطوانة مؤلفة مــن نسبة القاعدة إلى القاعدة ومن نسبة الارتفاع إلى الارتفاع مطلقا . فإذا كانت نسبة الارتفاع إلى الارتفاع نسبة المثل فإذا ألقينا تلك النسبة بقيت نسبة الأسطوانة إلى الأسطوانة كنسبة القاعدة إلى القاعدة بأي شكل كانتا ، دائرتين أو مربعتين أو إحداهما دائرة والأخرى مربعة أو غير ذلك مــن الأشكال . فإن قال الشيخ إن الأمر ليس كذلك لأنــه لو كان كمــا نقوله لذكر اقليدس ذلك في كتابه مشروحا ، فإذا لم يقل اقليدس مــن ذلك شيئا علمنا أن الأمر على خلاف ذلك . فنقول في جواب ذلك إن اقليدس ربما حذف شرح مثل هذا لاستغنائه عنه في مقصده ، وان ساغ ذلك في البرهان كالشكل الأول مــن المقالة العاشرة الذي برهن فيه على أنه إذا فصل من أعظم المقدارين أكبر مــن نصفه ومن الباقي أكبر من نصفه ومن الباقي أكبر مــن نصفه (D 206r) وفعــل ذلك دائما فإنه سينتهي إلى مقدار أقــل من المقدار الأصغر . وهذا البرهان بعينه يسوغ في أنه لو فصل مــن أعظم المقدارين نصفه ومن الباقي نصفه وكذلك دائما أنه ينتهي إلى مقدار أقل مــن المقدار الأصغر . ولم يذكر ذلك لاستغنائه عنه في مقصده ، والشيخ يعلم ذلك . فإن قال بعد ذلك دع هذا كله وهات البرهان على أن نسبة الأسطوانة المدورة (C 216r) إلى الأسطوانة المربعة كنسبة القاعدة إلى القاعدة فأقول سمعا وطاعة . البرهان على ذلك أنه إن لم تكن نسبة الأسطوانة المربعة التي قاعدتها مربع ا وراتفاعها خط بَ إلى الأسطوانة المدورة التي قاعدتها دائرة جَ وارتفاعها خط بَ بعينه كنسبة مربع اَ إلى دائرة جَ فلتكن نسبة الأسطوانة المربعة إلى الأسطوانة المدورة كنسبة مربع اَ إلى سطح آخر ، ولتكن دَ . وسطح دَ أعظم أو أصغر مــن دائرة جَ ، وليكن أولا أصغر من دائرة جَ ، إن أمكن ذلك . فيقع في دائرة جَ شكل كثير الأضلاع متساويها أعظم مــن سطح دَ كمــا برهن أرشميدس ذلك . وليكن شكل هزحطك . فنسبة مربع اَ إلى سطح دَ أعظم من نسبته إلى شكل هزحطك لأن سطح دَ أصغر من الشكل الذي في دائرة جَ . ونسبة مربع اَ إلى شكل هزحطك هي كنسبة الأسطوانة التي قاعدتها مربع اَ وارتفاعها خط بَ إلى الأسطوانة التي قاعدتها شكل هزحطك وارتفاعها خط بَ لأن قاعدتيهما مستقيمتا (D 206v) الخطوط ولا خلاف فيه لأن اقليدس برهن ذلك . فنسبة مربع اَ إلى سطح دَ ، التي هي كنسبة الأسطوانة التي قاعدتها مربع اَ وارتفاعها بَ إلى الأسطوانة التي قاعدتها دائرة جَ وارتفاعها بَ ،

١١٤

أعظم مـــن نسبة الأسطوانة التّي قاعدتها مربع آ وارتفاعها خط بَ إلى الأسطوانة التّي قاعدتها الشكل الذي في الدائرة وارتفاعها بَ . فالأسطوانة التّي قاعدتها الشكل الذي في تلك الدائرة وارتفاعها خط بَ أعظم مـــن الأسطوانة التّي قاعدتها دائرة جَ وارتفاعها بَ . وهذا محال لايمكن لأن الكل لا يكون أصغر مـــن الجزء . وإن كان سطح دَ أعظم مـــن دائرة جَ فيقع الشكل الكثير الأضلاع (I 135ᵛ) على الدائرة أصغر مـــن سطح دَ ، كمـــا برهن أرشميدس . وبهذا التدبير يقع أن الأسطوانة التّي قاعدتها دائرة جَ وارتفاعها خط بَ أعظم مـــن الأسطوانة التّي قاعدتها الشكل الذي على الدائرة وارتفاعها بَ . وهذا محال لايمكن أيضا ، لأن الجزء لايكون أعظم من الكل . فإذا كانت نسبة الأسطوانة المربعة إلى الأسطوانة المدورة ليست كنسبة قاعدتها إلى سطح أعظم أو أصغر من الدائرة التّي هي قاعدة الأسطوانة الأخرى فهي كنسبة المربع إلى الدائرة . فنسبة الأسطوانة التّي قاعدتها مربع إلى الأسطوانة التّي قاعدتها دائرة كنسبة المربع إلى الدائرة إذا كان ارتفاعهما سوا . وذلك ما أردنا أن نبين . (C 216ᵛ) وبعد ذلك ذكر سيدي الشيخ أنه فكر في المقدمة المستعملة في مراكز الأثقال في أن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافاة ، وأنه وجدها محتاجة إلى شرط وتحديد بحسب الوضع والشكل لأنهما إن استعملت مطلقة عرضها مع الاطلاق ما يفسدها . وعمل في مثال ذلك سطحاً متوازي الأضلاع فوقفت عليه وعلى مراده . ولعمري (D 207ʳ) إن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافاة كانت مقدمة للأوائل وكانت كواحدة مـــن العلوم الضرورية عندهم وعند الذين ينظرون في علم مراكز الأثقال كأرشميدس واقليدس وغيرهما مـــن أصحاب التعاليم حتّى انتهى إلى ثابت بن قرة وإلى زماننا هذا . ولم يشكّوا فيها ، ولسنا ندري هل كانت صحة ذلك عندهم بالتجربة ومأخوذة مـــن الحس ، كمـــا ظن أبو سعد العلا بن سهل ذلك ، أو كان عليها برهان ، ولكن كان قد درس مع طول الزمان ، كمـــا ظن قوم آخرون . فالمقدمة التّي على هذا الوصف وعلى هذه الرتبة عندهم ثم قد قام عليها الآن البرهان كيف يجوز أن تفسدها التجربة ، كما ظن سيدي الشيخ ذلك في أمر سطحي اب ج د لم ن س المتوازيي الأضلاع المتساويين ، كما رسمه . وقال إنه إذا وجب من هذه المقدمة أن مركز ثقل سطحي اب ج د لم ن س جميعا في داخل سطح لم ن س ، كنقطة فَ ، ولو جعلنا على نقطة فَ علاقة ورفعنا بها مجموع السطحين لم يقف موازيا لسطح الأفق ، ولكن يرجح إلى جهة اب . وظن ذلك لأن السطح الذي من جهة اب رآه أنه أكبر من السطح الذي من جهة م ن ،

ويقع له لأجل ذلك أن الذي توجبه المقدمة بأن يكون السطح موازيا للأفق ولايرجح إلى إحدى الجهتين فيكون خلاف ماترجبه التجربة . ولعمري (I 136r) إنه لو كانت التجربة توافق الظن لكانت المقدمة فاسدة ولكانت تحتاج إلى شرط وتحديد . ولكن ليس الأمر كذلك ، (D 207v) لأنه لو جعل ذلك على غاية الاستقصاء وجرب على حسب الطاقة لوجد التجربة موافقة لهذه المقدمة ومخالفة للظن الذي وقع له أن السطح من موضع العلاقة إلى جانب اب ينبغي أن يرجح . ودليل على ذلك . مركز ثقل مثلث اب ج المتساوي الأضلاع الذي لاشك أنه وسطه ، وليكن د ، و ه في الموضع الذي تكون نسبة خط د ه إلى خط د ا كنسبة واحد إلى اثنين . وهذا بين . فإذا ركبنا تكون نسبة خط ا ه إلى ا د كنسبة ثلثة إلى اثنين . فنسبة مربع خط (C 217r) ه ا إلى مربع خط ا د كنسبة تسعة إلى أربعة . ولكن نسبة مربع ه ا إلى مربع ا د كنسبة مثلث اب ج إلى مثلث ا ز ح إذا كان خط ز ح موازيا لخط ب ج ، لأن مثلثي اب ج ا ز ح يكونان متشابهين . فنسبة مثلث اب ج إلى مثلث ا ز ح هي كنسبة تسعة إلى أربعة وإذا فصلنا تكون نسبة منحرف ز ب ج ح إلى مثلث ا ز ح كنسبة خمسة إلى أربعة فليس هما بمتساويين . بل سطح ز ب ج ح المنحرف أكبر . ومع هذا مركز ثقل مجموعهما د وهو موضع العلاقة لا محالة لأن مثلث اب ج هو متساوي الأضلاع . ولو ظن ظان أنه إذا كان موضع العلاقة على نقطة د يرجح إلى جهة ب ج لأن السطح الذي مـــن جهة ب ج أكبر ، أعني المنحرف ، لكان ظناً غلطاً . وذلك ما أردنا أن نبين . وأبين من ذلك أنه لو تأمل متأمل خشبة على رأسها حديد كالطبرزين مثلا ، وهو واقف موازيا للأفق ، فعلاقة مايرى أن مـــن جهة الحديد ، ربما يكون قريب رطل ، ومن جهة أخرى دون أوقية . يعلم أن التجربة تكون مخالفة للظن ، (D 208r) ولا يقع له في أشياء أخر أن موضع العلاقة إلى جهة الأكبر يجب أن يكون أرجح . ويتيقن أن التجربة في الرؤية تكون موافقة للمقدمة دون الظن . فإذا كان الأمر كذلك فقد صح أن تلك المقدمـــة التي يستعملها القـــدماء في مراكز الأثقال ليس تحتاج إلى شرط وتحديد بحسب الوضع لأن كل ثقلين أبدا بأي وضع كانا فتكون نسبة الثقل إلى الثقل مكافياً مع نسبة البعد إلى البعد في مراكز الأثقال الثلثة ،أعني مركز ثقل مجموعهما ومركز ثقل كل واحد منهما . ومع استغنائه عـــن الشرط والتحديد فليس بمستغن عن الشرح قليلا ، وقد شرحت في مراكز الأثقال وبرهنت عليه . وأما إشارته (I 136v) إلى أن هـــذه المقدمة مسلمة ، إن كان يريد بذلك أنها كانت مسلمة للقدماء الذين كانوا قبلنا وينظرون في هذا العلم ، فجائز . وإن كان يريد أنها مسلمة لنا ، فلا ، لأنا برهنا

عليها ، وخرجت ببرهاننا من المقدمات ، ضرورية كانت أو غير ضرورية ، وحصلت في جملة الأشكال الهندسية ، كالحكم بأن الضلعين من المثلث أطول من الضلع الباقي كانت مقدمة ضرورية عند أرشميدس لأن العلم بأن أصغر الخطوط الواصلة مابين نقطتين هو الخط المستقيم كان ضروريا عنده وإلى زمان اقليدس . فلما برهن اقليدس عليه خرجت من جملة المقدمات وحصلت في الأشكال الهندسية ، فلهذا لم تكن مقدمة مسلمة (C 217ᵛ) لاقليدس ولا للقوم الذين كانوا بعده الذين ينظرون في برهانه ، وإن كانت مسلمة لمن كان قبله . وكذلك نسبة الثقل إلى الثقل كما وصفنا ليست مقدمة لنا ولا للقوم الذين يجئون بعدنا وينظرون في البرهان الذي عليها ، وإن كانت مقدمة لمن كان قبلنا ، من أجل (D 208ᵛ) أنه لم يكن عليها البرهان كما علمنا . وإذا وجدنا البرهان عليها خرجت من حيز المقدمات وحصلت في حيز الأشكال . وإذا كان الأمر كذلك فليس هاهنا مقدمة مسلمة على وجه من الوجوه ولا في موضع آخر البتة . وما فرضنا قط مقدمة في شيء لأنفسنا ، وكيف يكون ذلك وعلمنا أوسع من أن يكون محتاجا إلى مقدمة مسلمة ، وليس هذا من عادتنا ولا عادة أحد من أصحابنا . وكيف يجوز ذلك عندنا والمقدمة المسلمة ربما تكون فاسدة ، وكلما ينتج من الفاسد يكون فاسدا . وكيف نعتمد على مقدمة هذه حالها عندنا ، ومتى كان ذلك ، وأين وُجد ، وأي موضع ، وفي أي شكل ؟ وكيف نستعمل مقدمة مسلمة في علومنا البرهانية وعندنا أن ماننتج من مائة مقدمة تسعة وتسعين منها ضروريات كضروريات اقليدس وواحدة منها مسلمة ، تكون النتيجة تابعة لتلك الواحدة دون التسعة والتسعين . فكيف نستعمل نحن شيا وهو عندنا على هذا الوصف من الفساد ، كأنه ليس تكفينا في علمنا المقدمات الضروريات لاقليدس ونريد أكثر منها ومما ينتج منها . لا ، ليس شيء من ذلك ، ولا في علومنا مستعملة مقدمة مسلمة . وإن أراد بالمقدمة تلك الضروريات بعينها ، كما يريد به قوم ، فهذا حديث بيننا وبينهم . وأما المقدمات التي ذكرتها في كتابي وقلت أنها يرجع إليها وجود مركز ثقل قطعة الكرة والدائرة والخط المقوس ، وأن الخط المقوس مساو لخط مستقيم ، وما أشبه ذلك ، فما أردت بالمقدمات ما يحتاج إلى تسليمها كما ظن سيدي الشيخ . ولكني أردت ما يريده أصحابنا ، وهم يريدون بالمقدمات الأشكال التي يرجع إليها ذلك الشيء المقصود . ألا ترى أنهم يقولون أن ابراهيم (D 209ʳ) ابن سنان استخرج مساحة القطع المكافي بلا مقدمة يعنون أنه بلا شكل آخر يرجع إليه ، وأن ثابت بن قرة استخرج ذلك بكذى وكذا مقدمة ويريدون تلك

الأشكال التي يرجع إليها ذلك الشيء المقصود . وبطلميوس يقول في كتاب المجسطي إن أبلونيوس جعل لهذا مقدمة ويريد بها الشكل الذي (I 137ʳ) جعل قبل الشكل الذي يعرف به الحال بين رجوع الكواكب واستقامتها . وأمثال ذلك كثيرة . فظاهر أنهم لا يريدون (C 218ʳ) بالمقدمات إلا نفس الأشكال التي يرجع إليها ذلك الشكل ، لا كما ظن الشيخ . وكذلك كان مرادي بالمقدمات التي كاتبته بها ، وما خطر ببالي غير ذلك . فلهذا تحيرت لما رأيت في كتابه ذكر المقدمة المسلمة التي لم يكن اعتماد أصحابنا عليها ولا اعتمادنا ، ولا هي مستعملة في علومنا كما هي مستعملة في علم غيرنا . فإذا كان الأمر كذلك فالظن بالمقدمة المسلمة أن تكون في علم غيرنا أولى من أن تكون في علمنا ، وهي البرهانية . وأما مراكز الأثقال للأشكال الستة التي كتبت بها إلى سيدي الشيخ وقلت إنها اتفقت على ترتيب عجيب من النسبة العددية وجعلت لها مثالا ونسبتها إلى نظم أفعال الباري ، عز وجل ، وقال سيدي إنه إن كان كذلك فهو نظم حسن كأنه أمر طبيعي فوجدناها كلها ببرهان هندسي ، إلا أن مراكز الأثقال الخمسة منها بعد وجودها وجدنا وقوعها على ذلك الترتيب الذي كتبت إليه ببرهان هندسي ، وواحد منها ، وهو نصف الدائرة ، بعد وجود مركز ثقلها ببرهان هندسي جهدنا أن نقف هل وقوع مركز ثقلها في القطر على تلك النقطة التي دل عليها ذلك النظم والترتيب أم لا . فلا يقيم عليه البرهان كما قام على ترتيب الخمسة أنها على تلك النسبة إلى هذه الغاية ، (D 209ᵛ) إلا أن ني غالب الظن ومثل اليقين أن ذلك الواحد أيضاً بذلك الترتيب أولى من أن يكون خارجا عنها من قبل النظم والأمر الطبيعي . وإن يعدد البرهان عليه إلى هذه الغاية ليس إلا لبعده وغموضه عن معرفتنا ، ونسبنا ذلك إلى عجزنا في هذه الصنعة واحتياجنا إلى قوة أكبر من ذلك لنقف على برهان ذلك كما وقفنا على أمور الخمسة على أن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة خط مستقيم إلى خط مستقيم ، أو كنسبة عدد إلى عدد مطلقاً . أما أن هذه النسبة كنسبة تسعة إلى ثمنية وعشرين فهي نتيجة من شيئين ، أحدهما شكل هندسي لاشك فيه والآخر ذلك النظم والترتيب والأمر الطبيعي الذي ليس يقيننا عليه كيقيننا على برهان هندسي . فلهذا قلنا إن نسبة القطر إلى المحيط كنسبة خط مستقيم إلى خط أو كعدد إلى عدد مطلقا ببرهان هندسي لنقف كيف يقيننا عليه . أما أن هذه النسبة كنسبة تسعة إلى ثمنية وعشرين فهي موقوفة حتى يقوم البرهان الهندسي على صحة هذا الذي دليله النظم والأمر الطبيعي أو على فساده أو فساد نتيجته ، أعني أن نسبته هي كنسبة تسعة إلى ثمنية وعشرين . وأن يقوم البرهان على فساد (C 218ᵛ)

نتيجته يكون عجبا لكون البرهـــان على فســـاد ذلك النظم والترتيب ولكون هـــذا الواحد خارجا عن الترتيب الخمسة الذي قام البرهان عليه وكأنها نظم طبيعي . وأعجب مـــن ذلك أن يكون فيه فساد مذهب القوم الذين يقينهم ببعض الأشياء مـــن قبل الأمر الطبيعي دون البرهان الهندسي . ويتضح عنده عذري في تعذر البرهان عليه إلى هـــذه الغاية لأنه يكون دليلا على أنه لم يكن ذلك (D 210ʳ) مـــن قبل عجزي عنه ، لكن الشيء (I 137ᵛ) في نفسه كان غير صحيح غير موجود ، فلهذا قلنا إنه نتيجة موقوفة . وكنا قد كتبنا قبل ذلك إليه أنه كيف تكون الطريق إلى وجود نسبة القطر إلى المحيط ، وقلت إنها ليست مـــن جملة أشكال مراكز الأثقال التي كلها ببرهان هندسي لنقف عليها ونطالب بمـــا تجب المطالبة عليها في صحة مقدماتها . أعني بالمقدمات الأشكال التي ترجع إليها . وبعد ذلك كتب الشيخ أن نسبة قطر الدائرة إلى محيطها إن كانت كنسبة عدد إلى عدد ، وخاصة كنسبة تسعة إلى ثمنية وعشرين ، عجب . وقال أعجب من ذلك الخلاف بينه وبين ما أورده أرشميدس . فهمت ذلك وليس الأمر كمـــا ظن ، ولا بين أحد مـــن أصحابنا وبين أرشميدس كان الخلاف قط ، ولايجوز أن يكون ذلك لأن الخلاف بين العلماء في الأشياء التي معرفتهم بهـــا تكون بالرأي والمذهب وغالب الظن ، كمـــا كان بين أرسطاطلس وبين جالينوس وبين غيرهما من الطبيعيين في أمور النفس وأحوال القوى وما أشبه ذلك . وأما الأشياء التي ترجع إلى الهندسة والحساب يسمون غلطاً ممن يكون غلط ، وسهواً ممن يقع له سهو ، لعلمهم بزوال الخلاف عنه سريعا إذا نظروا فيه . والغلط في الحساب إذا وقع ليس بغريب ولا دليل على نقص صاحبه . ألا ترى أن بطلميوس ، مع إقراره بفضل ابرخس وتقدمه وتحصيله وإنصافه وإيثاره الحق ، يقول في كتابه المجسطي إنه قد وقع في حساب ابرخس غلط وليس يريد بذلك نقصه ، وكيف يريد نقصه وهو أفضل الناس عنده . وكذلك حساب نسبة القطر إلى المحيط لأرشميدس وهذا الحساب ، مـــع أنه لم يتبين لنا أنه (D 210ᵛ) قد غلط ، في ظني أنه منسوب إلى أرشميدس وليس يليق به ، حتى لو قلنا إنه ليس له لكان أولى ويكون إلى المدح أقرب مـــن قولنا إنه له ، لأن ليس الرأي رأيه ولا القصد قصده . ولا لأرشميدس شيء مـــن الأشياء قصده مـــن هذا الجنس البتة : لا في الكرة والأسطوانة ولا في المأخوذات ، ولا في كتب أخر له . ولا رأينا ذكر هذا في موضع من كتبه ، كذكر مساحة (C 219ʳ) القطع المكافي في صدر كتاب الكرة والأسطوانة مع ذكر بعض استخراجات له . ولا استعمل ذلك في شكل مـــن أشكاله لأن ذلك

الطريق ظاهر بأنه لايودي إلى الحقيقة قط . بل يكون بتقريب ، وقصده أبدا في الوجود إدراك الأشياء بالحقيقة لا بالتقريب ، كوجود النسبة بين المربع وبين القطع المكافي وبين الدائرة والسطح الكري وبين الكرة والأسطوانة والمخروط وما أشبه ذلك ، وجودا حقيقيا لا بالتقريب . وهذا الحساب ، مع أنه لايجوز أن يكون حقيقيا قط ، ليس هو عمل دقيق أيضا ، لأن حاسبه لم يرجع في طلبه من الأوتار إلى أدق من وتر أربع درجات إلا ربع ، وهذا جليل جداً بالقياس إلى العمل الذي في المجسطي لأن بطلميوس يرجع إلى وتر قريب من نصف درجة ، وهو أدق من هذا بكثير . ولهذا قلت إن هذا منسوب إلى أرشميدس وهذا الحساب كما ليس عندي من عمل أرشميدس . فليس هو من عمل الحذاق من الحسّاب والمنجمين أيضا ، حتى لو نسبنا هذا الاستخراج إلى واحد من أصحابنا لايرضى به فضلا عن افتخاره به ، لأن هذا كعمل (I 138r) مَن يطلب مساحة القطع المكافي من جميع المثلثات التي تقع فيه المعمولة على أقطاره بجمع ربع وربع الربع . مثال ذلك (D 211r) أن المثلث الذي على قطر القطع المكافي أولاً ا ب ج وبعده مثلثي ا د ب ب هـ ج وهما ربع مثلث ا ب ج أيضا . وكذلك المثلثات التي بعد ذلك وإنما تكون ربع الربع ، وبرهنوا على ذلك . وكل مَن يجمع الأرباع أكثر ، أعني المثلثات التي تقع في القطع المكافي على ما وصفنا ، يكون أدق وإلى مساحة القطع المكافي يكون أقرب . ولكن شتان بين هذه الطريق في المساحة وبين طريق أرشميدس وثابت وإبراهيم بن سنان ، الذي ظهر بها أن قطعتي ا ب د ب ج هـ ثلث مثلث ا ب ج بالحقيقة دون التقريب . وبطريق جمع المثلثات بالحساب لايجوز أن يودي إلى حق قط ، لأن المثلثات تقع إلى ما لا نهاية ، ولا يكون بين الطريق الذي لايكون إلا بالتقريب ، ولا يطمع منه أن يكون بالحقيقة قط ، وبين الطريق الذي لا يكون إلا بالحقيقة ، ولايجوز أن يكون بالتقريب البتة ، قياس . ومع هذا لو رأيت طريقا إلى مساحة القطع المكافي بجمع المثلثات ، كما قلنا ، أعني بجمع الربع وربع الربع ، وهو مكتوب أن هذا لإبراهيم بن سنان ، دون ثابت وأرشميدس ، وهو في غاية الدقة ، لقلت إن هذا ليس له وهو منسوب إليه . (C 219v) وإبراهيم أجل من أن يطلب شيئا بهذا الطريق ، فكيف أرشميدس . وكذلك ظني في وجود نسبة القطر إلى المحيط بذلك الطريق أنه ليس لأرشميدس ، وهو منسوب إليه . وأرشميدس أجل من أن يطلب مساحة محيط الدائرة بهذا الطريق ، وهو أشبه شيء بمساحة القطع المكافي بجمع المثلثات . (D 211v) وهذا كله لجلالة أرشميدس عندنا وبحقير ذلك الطريق في الحساب . فلا ينبغي أن يقع للشيخ أن

بيننا وبين أرشميدس أو بين أحد مـن أصحاب التعاليم يكون خلاف في شيء ، وخاصة فيما يرجع إلى الهندسة وبرهان هندسي ، كأشكال مراكز الأثقال والمعلوم الذي ينتج منها . وأما المسئلة التي عرضت لسيدي الشيخ وتنقسم إلى وجوه ، وخرج له ، أدام الله تأييده ، بعضها والبعض لم يخرج ، وقفت عليها ونظرت فيما خرج وفيما بقي ، واستحسنت مااستخرجه وفكرت في الباقي فوجدت هذا القسم منها ، وهو إذا كانت الزاوية كيف ما اتفقت والقطعة مـن الدائرة كيف ماكانت . وأما إذا كانت الزاوية قائمة والقطعة نصف دائرة ، فهو سهل . وإذا لم يكن كذلك ولكن الزاوية كيف ما اتفقت والقطعة كيف كانت فلتكن دائرة ا ب ج التي مركزها د مفروضة ، وخط ا ج ه قطر الدائرة كانت أو غير القطر وزاوية ا ه و المعلومة داخلة كانت أو خارجة . نريد أن نجد خطاً يماسها وينتهي إلى خطي ا ز و ه ، كخط و ب ز ، حتى تكون نسبة و ب إلى ب ز كنسبة خط ح ط إلى خط ط ك . فنعمل على خط ح ط ك قوسا تقع فيها زاوية مساوية لزاوية ا ه و ، (I 138v) وليكن قوس ح ل ك . وتتم الدائرة وهي ح ل ك م ونجعل خط ل ط م عموداً على خط ح ط ك . ونصل خط د ه ويخرج على استقامة مـن الجهتين ونجعل نسبة خط د ه إلى خط ه ن كنسبة خط ل ط إلى خط ط م . وكذلك نسبة خط د س إلى خط س ع كنسبة خط ل ط إلى خط ط م . ونجعل قوس ك ف حتى تكون الزاوية التي تكون عليها مساوية لزاوية د ه ج ، ونجعل زاوية ه د ص (D 212r) مساوية للزاوية التي تكون على قوس ل ف ، ونجعل زاوية ه د ق مساوية للزاوية التي تقع على قوس م ك ف . ونخرج خط ن ر موازيا لخط د ص ، ونخرج على نقطة ه خط ص ه ق حتى يقع منه خط ى ق مساويا لخط د ع . وقد بينا عمل ذلك في مواضع كثيرة ، وربما يتفق أن لانرجع إلى قطوع المخروط . ونجعل زاوية ل م ت مساوية (C 220r) لزاوية د ق ه ونصل خطوط ت ك ت ف ت ل ت ح . ونجعل خط و ب ز مماسا للدائرة وزاوية ا ز ب مساوية لزاوية ح ك ت ، وعمل هذا سهل . فأقول إن نسبة خط و ب إلى خط ب ز كنسبة خط ح ط إلى ط ك . برهان ذلك أنا نجعل خط ى خ مساوياً لخط د س حتى يبقى خط خ ق مساويا لخط س ع ونجعل ه ث مساويا لخط ى خ أيضاً ، حتى يكون خط ه ى مساويا لخط ث خ ، فلأن نسبة خط ى خ إلى خط خ ق ، أعني نسبة خط د س إلى س ع كنسبة خط د ه إلى ه ن ، ونسبة خط د ه إلى ه ن هي كنسبة خط ص ه إلى خط ى ه لأن خطي ص د ن ر متوازيان ، فنسبة خط ص ه إلى خط ه ى كنسبة خط ى خ إلى خط خ ق . وخط ى ه مساو لخط ث خ (D 212v) وخط ى خ لخط ه ث ، فنسبة خط ص ه إلى خط ث خ

كنسبة خط ه ث إلى خط خ ق . فنسبة جميع خطي ص ه ه ث ، أعني خط ص ث ، إلى جميع خطي ث خ خ ق ، أعني خط ث ق ، كنسبة واحد إلى قرينه ، التي هي كنسبة خط د ه إلى ه ن . ونسبة خط د ه إلى ه ن كنسبة خط ل ط إلى ط م ، فنسبة خط ص ث إلى خط ث ق كنسبة خط ل ط إلى خط ط م ، فإذا ركبنا ثم قلبنا ثم عكسنا تكون نسبة خط ث ص إلى ص ق كنسبة خط ط ل إلى ل م . وأيضا لأن زاوية ق مساوية لزاوية م وزاوية ق د ه مساوية لزاوية م ت ف التي على قوس م ك ف ، وكذلك ه د ص مساوية لزاوية ف ت ل ، فزاوية د ص ق الباقية من مثلث د ص ق مساوية لزاوية ت ل م الباقية من مثلث ت ل م ، والمثلثان متشابهان . فنسبة خط ص ق إلى خط ص د كنسبة خط م ل إلى خط ل ت ، فبالمساواة تكون نسبة خط ث ص إلى خط ص د كنسبة خط ط ل إلى ل ت . ونسبة خط د ص إلى خط ص ه كنسبة خط ت ل إلى ل ش لأن مثلثي د ه ص ت ش ل متشابهان ، كما بينا . فبالمساواة أيضاً نسبة خط ث ص إلى خط ص ه كنسبة خط ط ل إلى خط ل ش فإذا فصلنا كانت نسبة خط ث ه إلى خط ه ص كنسبة خط ط ش إلى خط ش ل ، ونسبة خط ص ه إلى خط (C 220ᵛ) ه د كنسبة خط ل ش إلى خط ش ت . فبالمساواة أيضا تكون نسبة خط ث ه إلى خط ه د كنسبة خط ط ش إلى خط ش ت . وخط ث ه مساو لخط د س (D 213ʳ) أعني خط د ب لأن د مركز الدائرة فنسبة خط ب د إلى خط د ه كنسبة خط ط ش إلى خط ش ت . وأيضاً لأن زاوية ا ز ب مساوية لزاوية ط ك غ ، وزاوية ز ب د القائمة مساوية لزاوية ك ط غ القائمة فزاوية ب ض ز ، (I 139ʳ) الباقية ، أعني زاوية د ض ه مساوية لزاوية ط غ ك الباقية ، أعني زاوية ش غ ت لأنهما متقابلتان . وزاوية ض ه د مساوية لزاوية غ ت ش فالزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية فمثلثا ه د ض ت غ ش متشابهان . فنسبة خط ه د إلى خط د ض كنسبة خط ت ش إلى ش غ فبالمساواة أيضا تكون نسبة خط ب د إلى خط د ض كنسبة خط ط ش إلى خط ش غ . فإذا فصلنا تكون نسبة خط ب ض إلى خط ض د كنسبة خط ط غ إلى خط غ ش ونسبة خط د ض إلى خط ض ه كنسبة خط ش غ إلى خط غ ت ، فبالمساواة تكون نسبة خط ب ض إلى خط ض ه كنسبة خط ط غ إلى خط غ ت . فإذا عكسنا تكون نسبة خط ه ض إلى ض ب كنسبة خط ت غ إلى خط غ ط . ونسبة خط ب ض إلى خط ض ز كنسبة خط ط غ إلى خط غ ك . فبالمساواة أيضا تكون نسبة خط ه ض إلى خط ض ز كنسبة خط ت غ إلى خط غ ك . وإذا ركبنا تكون نسبة خط ه ز إلى خط ز ض كنسبة خط ت ك إلى خط ك غ ونسبة خط ض ز إلى خط ز ب كنسبة خط غ ك إلى خط ك ط فبالمساواة أيضا

تكون نسبة خط ه ز إلى خط ز ب كنسبة خط ت ك إلى خط ك ط ، ونسبة خط و ز إلى خط ز ه كنسبة خط ح ك إلى خط ك ت (D 213v) لأن مثلثي ه و ز ح ك ت متشابهان . فبالمساواة أيضاً تكون نسبة خط و ز إلى خط ز ب كنسبة خط ح ك إلى خط ك ط ، فإذا فصلنا تكون نسبة خط و ب إلى خط ب ز كنسبة ح ط إلى ط ك المعلومة ، وذلك ما أردنا أن نبين . (I 139v) وهذا إذا لم يكن خط ا ج ه قطر الدائرة وزاوية ا ه و قائمة . فأما إذا كان خط ا ج ه قطر الدائرة وزاوية ا ه و قائمة فقد قلنا إنها سهلة لأن نسبة خط و ب إلى خط ب ز المعلومة هي كنسبة خط ه ط إلى خط ط ز إذا كان ب ط عموداً على خط ا ج . فنسبة خط ه ط إلى ط ز معلومة ، وإن جهلنا هذه النسبة كنسبة خط د ط إلى ط ك تكون نسبة خط ه د الباقي المعلوم إلى ك ز (C 221r) الباقي معلومة ، فخط ز ك معلوم ونسبة ضرب خط ز د في د ك إلى ضرب خط ز د في د ط معلومة لأنها كنسبة خط د ك إلى د ط ، لأن د ز ارتفاع مشترك لهما . وضرب خط ز د في د ط معلوم، لأنه مساو لمربع خط د ب ، فضرب خط ز د في د ك معلوم . وخط ز ك قد بينا أنه معلوم ، فكل واحد من خطي ز د د ك معلوم ونقطة د معلومة ، فكل واحـد من نقطتي ز ك معلومة . فخروج خط ز ب المماس للدائرة معلوم ، وذلك ما أردنا أن نبين . ووجه آخر لأن نسبة خط ب ز إلى ز و المعلومة إن كانت كنسبة خط د ب المعلوم إلى خط و ط يكون خط و ط موازيا لخط ب د ، ويكون معلوم القدر أيضا ، فمربعه يكون معلوما . ولكن مربع (D 214r) خط و ط يكون مساوياً لضرب خط ز ط في ط ه لأن زاوية ز و ط قائمة ، لأنها مساوية لزاوية ز ب د القائمة . ونسبة ضرب خط ز ط في ط ه إلى ضرب ط ه في ط د معلومة ، لأنها كنسبة خط ز ط إلى خط د ط المعلومة . فضرب خط د ط في ط ه معلوم ، وخط د ه معلوم ؛ فخط ه ط معلوم . ونقطة ه معلومة فنقطة ط معلومة ، فنقطة و معلومة أيضاً لأن خط ط و معلوم القدر . فخروج خط و ب ز المماس للدائرة معلوم ، وذلك ما أردنا أن نبين . ووجه آخر إن كانت نسبة خط د ه إلى خط د ب المعلومة كنسبة خط ط ه إلى ز ب تكون نسبة خط ط ه إلى ز ب معلومة . ويكون خط ط د ب مستقيما إذا كان ط ه عمودا على خط ج د . ونسبة خط ز ب إلى خط ز و معلومة فنسبة خط ه ط إلى خط ز و معلومة . (I 140r) فنسبة مربع خط ه ط إلى مربع خط ز و معلومة ، ونسبة مربع خط ز و إلى ضرب خط ز و في و ب معلومة لأنها كنسبة خط ز و إلى و ب . فنسبة مربع خط ه ط إلى ضرب خط ز و في و ب معلومة . وضرب خط ز و في و ب مساو لضرب ط و في و ه لتشابه مثلث ز و ه لمثلث ط و ب ، ونسبة ز و إلى و ه كنسبة ط و إلى و ب . فنسبة مربع ه ط إلى ضرب ط و

في و ه معلومة ، فنسبة خط ط ه إلى خط ه و معلومة . فنسبة خط ز و إلى خط و ه معلومة (D 214ᵛ) وزاوية (C 221ᵛ) ز ه و معلومة لأنها قائمة ، فمثلث ز ه و معلوم الصورة . فزاوية ا ز ب معلومة فخروج خط ز ب و معلوم ، وذلك ما أردنا أن نبين . ووجه آخر لأن نسبة خط و ز إلى خط ز ب المعلومة كنسبة ضرب خط و ز في ز ب إلى مربع ز ب وضرب خط و ز في ز ب مساو لضرب خط ه ز في ز د ، لأن مثلثي ه و ز ب د ز متشابهان ونسبة و ز إلى ز ه كنسبة د ز إلى ز ب ومربع خط ز ب مساو لضرب خط ج ز في ز ا ، لأن خط ز ب مماس للدائرة ، فنسبة ضرب خط ه ز في ز د إلى ضرب خط ج ز في ز ا معلومة . فنقطة ز معلومة من كتاب النسبة المحدودة لأبلونيوس فخروج خط ز ب و المماس للدائرة معلوم ، وذلك ما أردنا أن نبين . وغير ذلك مـــن الوجوه . وكذلك للشكل الأول وجوه كثيرة ولكن كتبت واحداً منها بالتركيب فقط ، ولو كتبت باقي الوجوه واستعملت التحليل والتركيب والتقسيم والتحديد ، كما عمل أبلونيوس في بعض أشكاله ، لكان كتابا كبيرا . وأرجو أن يفرغ لذلك ببركته إن شاء الله .

الحواشي*

صفحة	سطر	
١٠٣	٣	– اساله له : اسله له (آ) ، اسئله له (د ، ق)
	٣	– كتاب : كتابي (د)
	٦	– متنجزا : متنجزاً (ق ، د)
	١١	– أذكرته : اذكر به ، (ق، د)
	١٤	– ننشط له : نسط له ، (آ)
	١٥ – ١٦	– لتتقوّت : ... لتتعلل : ليتقوّت ... ليتعلل ، (ق ، د)
	١٧	– ان شاء الله . ان شاء الله تعالى ، (د)
	٢١	– نريد : تريد ، (ق ، د)
١٠٤	٩	– الله : الله تعالى (د)
	٩	– مقالة : في هامش (آ)
	١٢	– هاهنا : في هامش (آ) ومسبوقة بكلمة فهاهنا
	١٩	– $\overline{\text{آ ج}}$: $\overline{\text{ب ج}}$ ، (في الكل)
	٢١	– نصف الكرة : الكرة (في الكل)
	٢٥	– ثلثة : الثلاث ، (د ، ق) ، الثلث (آ)
	٢٧–٢٨	– في (د) يوجد مكان فارغ لهذه الأسطر
١٠٥	١ – ٤	– في (د) يوجد مكان فارغ لهذه الأسطر
	٣	– ستة في هامش (آ) تظهر بشكل سبعه
	٨	– احديها : احدهما ، (د ، ق)
	١١	– ومركز ... وهى مركز : في هامش (آ)
	١٧	– مركزها $\overline{\text{ج}}$: مركزها ثقلها $\overline{\text{د}}$ ، (آ)
	٢٤	– قطر $\overline{\text{ا ج}}$: قطر $\overline{\text{ب ح}}$ ، (آ)
١٠٦	٢	– خط $\overline{\text{ا ج}}$: قوس $\overline{\text{ا ج}}$ ، (آ) الخط فوق (قوس)
	٥	– لمربع : يبدأ ناسخ (آ) بكتابة « لصر » (لضرب ؟) ثم يغير رأيه فيضع ضمه فوق الميم ونقطه تحتها .
	٧	– فنسبة : ونسبة ، (في الكل)
	١٠	– $\overline{\text{ز د}}$: $\overline{\text{ز ه}}$ (آ ، ق)
	١٠	– تسعة م : تسع (آ ، ق)

* مرتبة حسب الصفحات والأسطر للنص العربي .

صفحه سطر

١١ – في خط .. قوس ب ج ، ناقصة في (د)

١٥ – تسعة : تسع (في الكل)

١٠٧ ٧ – رحمته مضاف بعدها في (آ) « تمت الرساله والحمد لله كثيرا والصلوه على المصطفى محمد واله الطيبين .

٧ – يسأله : يسئله ، (د ، ق) يسله (آ)

٧ – عن سلامة : مكتوبة فوق كلمة (الشيخ و) في (آ)

٨ – استخرجه : استخرجه رحمهما الله تعالى ، (ق ، د)

١٠ – موقفه : موقعة ، (ق) ، مواقعة ، (د)

١٦–١٧– قد تقدم : في هامش (آ)

١٨ – المهندسين : المهندس (ومضاف فوق نهاية الكلمة حرف سين أيضا) في (آ)

٢٠ – عجيبة : عجيب ، (د)

١٠٨ ١٤ – ثقلان : ثقلات ، (د)

٢١ – يعرض : نفرض ، (د ، ق)

٢٥–٢٦– سهريار بن سرخاب . شهربان بن سرخاب ، (ق ، د) ربناس بن برناس (في الكل)

١٠٩ ٥ – اغتباطي : اعتباطي (ق ، د)

٧ – واهله : في هامش (آ)

١٣ – بنا : بني (د ، ق)

١٦ – فيتم به : غير مقروءه في (آ)

٢١ – أثبتها : اتيتها (د ، ق) اسها ، (آ)

٢٤–٢٥– كنسبة ما معلومة : كنسبة معلومة ، (ق ، د)

١١٠ ٨ – فنسبة : ناقصة في (آ)

١١ – البرهان : البرها ، (آ)

١٨ – تمت الرسالة والحمد لله رب العلمين ، ناقصة في (د ، ق)

١٩ – الكوهي : القوهي (في الكل)

٢٦ – قاعدتها : قاعدتهما ، (آ)

١١١ ٧ – كنا : كانا ، (د ، ق)

١٣-٢١-٢٢– ليسا : ليستا ، (د ، ق)

٢٨ – معلومان : واو ملتصقة بالميم في (آ)

صفحه	سطر	
١١٢	٩	: غير معلوم : غير معلوما ، (د) غير معلو ، (ق)
	٢٢	– نسة : في هامش ، (آ)
	٢٣	– أمور مكتوبة فوق السطر في (آ)
١١٣	٥	– تعجبني : يعجبني ، (د ، ق)
	٧	– بغير : بخلافة بغير . (ق ، د) محلا فعمر شطب فوق (محلا) في (آ)
	١٠	– ما أردنا : مرادنا ، (آ) (؟) لم ديا (ق ، د) (!)
	١١	– قاعدتها : قاعدتهما ، (آ)
	١١	– ارتفاعها : ارتفاعهما ، (آ)
	٢٥–٢٦	– إحداهما : احدهما (في الكل)
١١٤	٧	– نقوله : تقوله ، (د ، ق)
	٩–١٠	– ان اقليدس ... ساغ ذلك : ناقصة في (د)
	١١	– ومن الباقي أكبر من نصفه : ناقصة في (د)
	١٨	– مربع آ : مربعه ويوجد خط اقوشلي فوق الحرف و ، (آ)
	٢٤	– سطح دَ مربع : (آ)
	٢٤	– مربع آ مربع دَ ، (آ) ، سطح د (د ، ق)
١١٥	٣–٤	– أعظم من الأسطوانة ... وارتفاعها بَ : ناقصة في الكل
	٢٤	– المتوازي : المتوازى ، (د ، ق)
	٢٦	– ل م ن س : ن ل م س ، (آ)
	٢٦	– علاقة : علامة ، (آ)
	٢٨	– رآه : رأه ، (د)
	٢٨	– م ن : ن س ، (آ)
١١٦	١٨	– كالطبرزين : كالطبرزين ، (د)
١١٧	١	– ضرورية كانت : ضرورة كانت ، (ق)
	٧	– كما : على ما ، (آ)
	٨	– يجئون : يجؤن ، (آ) يجون ، (د ، ق)
	١١	– هاهنا : ههنا ، (د) ههنا ، (ق)
	١٧	– وتسعين : من هامش (آ)
	٢٨	– بكذى : في (آ) ، بكذا في (د ، ق)

صفحة	سطر	
١١٨	٩	– الاثقال للاشكال : أثقال الأشكال ، (د ، ق)
١١٩	٢	– الواحد : الوجه في (د)
	١٨	– بغريب : بقريب في (د)
١٢٠	١٤-١٥	– الارباع اكثر اعنى . في هامش (آ)
	١٦	– شتان : شيئان في (د) ، شيئان ، (ق)
	٢٤	– شيئا : شيا ، (د) شا ، (آ)
	٢٤	– ان : اى ، (آ)
	٢٦	– ان : ناقصة في (د ، ق)
١٢١	١٣	– من الجهتين : في الجتهين ، (د ، ق)
	١٥	– التي : مكتوبة فوق (الزاوية يكون) في (آ)
	١٦	– ازاوية د ه ج ... مساوية في هامش (آ)
	٢٠	– نرجع : ترجع في (آ ، د)
	٢١	– و ب ز : و ر ب ، (آ)
	٢٢	– لزاوية : ناقصة في (د)
	٢٦	– ص ه : ص ر ه ، (آ)
	٢٧	– ى ه : ى خ ، (د)
١٢٢	٢-٣	– خط٤ : ناقصة في (ق)
	٤	– قبلنا : فلما ، (آ)
	٦	– م ت ف : م ر ف ، (آ)
	٧	– من مثلث د ص ق : في هامش (آ)
	٧	– ت ل م : ب ك م ، (آ)
	٨	– مثلث ت ل م : مثلث ق ل م ، (آ)
	٨	– المثلثان . المثلثات ، (د)
	٩	– ث ص : د ص ، (آ)
	٩	– خط٣ : ناقصة في (ق)
	١٠	– ت ش ل : ث ش ل ، (آ)
	١١	– ث ص : د ص ، (في الكل)
	١٢	– خط٢ : ناقصة في (آ)

صفحة سطر

١٥–١٦– خط٤ : ناقصة (في الكل)

١٦ – ش ت : ش ب ، (آ)

١٧ – وزاوية ز ب د القائمة مساوية لزاوية ك ط غ القائمة : في هامش (آ)

١٧ – ب ض ز : ب ض ذ ، (آ)

١٨ – ط غ ك : ط غ ق ، (آ)

١٩ – غ ت ش : ع ب ش ، (آ)

٢٠ – ت غ ش : ت ف س ، (آ)

٢٠ – خط٢ : ناقصة في (د ، ق)

٢١ – د ض : ض د ، (د) د ص ، (ق)

٢٤ – خط : ناقصة في (ق ، د)

٢٥ – خط١ ، ٢ : ناقصة في (ق ، د)

٢٥ – ت غ : ب ع ، (آ)

٢٦ – غ ك : ع ك ، (آ)

١٢٣ ٢ – ح ك : ح ط ، (آ)

٣ – تكون : ناقصة في (آ)

٧ – معلومة : المملومة ، (في الكل)

٩ – المعلوم : المعلومة ، (في الكل)

٩ – معلومة : المعاومة ، (في الكل)

١٠ – د ك : ح ك ، (في الكل)

١١ – د ط : ز ط ، (في الكل)

١٢ – د ك : د ط ، (ق ، د)

١٧ – ز و ط : ب و ط ، (آ)

٢١ – و ب ز : و ب ، (د ، ق)

١٢٤ ١٢ – الله : الله تعالى ، (د ، ق)

24. Ptolemy, K., *The Almagest* (ed. K. Manitius) Vols. 1 and 2, (Leipzig: B. G. Teubner, 1963).

25. al-Qifṭī, Abū'l-Ḥassan, *Ta'rīkh al-ḥukamā'*, ed. by J. Lippert (Leipzig: 1903).

26. *Rasà'ilu'l-Mutafarriqa fi'l-Hai'at*, ed. and published by the Dáiratu'l-Ma^crifati'l-Osmania, (Hyderabad: Osmania Oriental Publications Bureau 1948).

27. Sabra, A. I., Article "Ibn al-Haytham" in *Dictionary of Scientific Biography*, vol. VI (New York: Charles Scribner's Sons, 1972) 189-210.

28. Sabra, A. I., "Ibn al-Haytham's Lemmas for Solving "Alhazen's Problem"" *Archive for History of Exact Sciences*, Vol. 26, No. 4 (1982), 299-324.

29. Sesiano, J., "Note sur trois théorèmes de Mécanique d'al-Qūhī et leur conséquence", *Centaurus* 22, no. 4 (1979), 281-297.

30. Sezgin, F., *Geschichte des arabischen schrifttums*, Vols. V (Mathematik) and VI (Astronomie) (Leiden: E. J. Brill, 1974 and 1978).

31. Spuler, B. (ed.), *Wüstenfeld – Mahler'sche Vergleichungs–Tabellen* (Dritte, Verbesserte und Erweiterte Auflage . . . unter Mitarbeit von J. Mayr), (Wiesbaden: Steiner Verlag GMBH, 1961).

32. Suter, H., "Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke", *Abh. zur Geschichte der math. Wissenschaften...*, X Heft, (Leipzig: 1900).

33. Thābit b. Qurra, *Le livre du quarastūn de Thābit Ibn Qurra* ed. and trans. by Kh. Jaouiche, (Leiden: Brill, 1976).

34. al-Ṭūsī, Naṣīr al-Dīn (ed.), *Majmū^c al-rasā'il*, (Hyderabad: Osmania Oriental Publications Bureau, 1358 A. H.).

35. al-Ṭūsī, Naṣīr al-Dīn, *Al-Rasā'il* (Part 2), (Hyderabad: Osmania Oriental Publications Bureau, 1359 A. H.).

36. Woepcke, F., *L'algebre d'Omar Alkhayyami* (publ., trad. . . . . par F. Woepcke, Paris, 1851).

Supplementary Bibliography

14a. Jan P. Hogendijk, "How trisections of the angle were transmitted from Greek to Islamic Geometry", *Historia Mathematica*, 8 (1981), pp. 417-438.

19a. Morrow, Glenn R. (tr. and comm.), *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. (Princeton, N. J. : Princeton U. Press, 1970).

Bibliography

1. Anbouba, A. "Qadiyyatun handasiyyatun wa muhandisūna fi'l-qarn al-rābi^c al-hijri tasbī^c al-dā'irat" *Journal Hist. of Arabic Sci.* Vol. I no. 2 (Nov., 1977), 384-352.

2. Anbouba, A., "Construction de l'heptagone régulier par les Arabes au 4^e siècle H.", *Jour. Hist. of Arabic Sci.*, Vol. 2, no. 2 (Nov., 1978, 264-69).

3. Anbouba, A., "Un traité d'Abū Ja^{c}far (al-Khāzin) sur les triangles rectangles numériques", *Jour. Hist. of Arabic Sci.*, vol. 3, no. 1 (1979), 134-178.

4. Archimedes, *The Works of Archimedes* (ed. and tr. by T. L. Heath), (New York: Dover).

5. Berggren, J. L., "Spurious Theorems in Archimedes' *Equilibrium of Planes: Book I*", *Arch.* for *History of Exact Sciences* 16, no. 2 (1976/77), 87-103.

6. Berggren, J. L., "The Barycentric Theorems of Abū Sahl al-Kūhī", to appear in Proceedings of the Second International Symposium for the History of Arabic Science held in Aleppo, 1979.

7. al-Birūni, Abu l-Rayḥān, *K. al-Tafhīm li-awā'il sinā^{c}at al-tanjīm (Book of Instruction in the Elements of the Art of Astrology*, tr. by R. R. Wright), (London: Luzac & Co., 1934).

8. Cahen, Cl., Article "Buwayhids or Būyids" in *Encyclopedia of Islam* (2nd ed.) vol. I, (Leiden: E. J. Brill, 1960), 1350-57.

9. Euclid. *The Elements* (tr. and comm. T. L. Heath) 3 vols., (New York: Dover, N. D.).

10. Goichon, A.M., *Lexique de la Langue Philosophique d'Ibn Sinā*. Paris, Desclée de Brouwer, 1938.

11. Goichon, A. M., *Vocabulaires Comparés d'Aristote et d'Ibn Sinā* (Supplement au Lexique) Paris, Desclée de Brouwer, 1939.

12. Heath, T. L., *A History of Greek Mathematics*, 2 vols., (Oxford: Clarendon Press, 1921).

13. Heron, *Heron von Alexandria Mechanik und Katoptrik*, Hrsg. und über. von L. Nix & W. Schmidt, (vol. II, fasc. 1 of *Heronis... opera ommia*), (Leipzig: 1900).

14. Hinz, W., *Islamische Masse und Gewichte*, (Leiden: 1955).

15. Irani, R. A. K., "Arabic Numeral Forms", *Centaurus*, 4 (1955), 1-12.

16. Kennedy, E. S., *A Commentary upon Birūni's Taḥdīd al-Amākin* (Beirut: American University of Beirut, 1973).

17. Kennedy, E. S. and H. Hermelink, "Transcription of Arabic Letters in Geometrical Figures," *J. Amer. Or. Soc.* 82, 2 (1962), 204.

18. al-Khāzini, Abū'l-Fatḥ, "Book of the Balance of Wisdom (Analysis and Extracts by N. Khanikoff)", J. *Amer. Or. Soc.*, Vol. VI, 1-28.

19. Krenkow, F., Article "Al-Sābi, Abū Isḥāk" in *Encyclopaedia of Islam* (1st ed.)Vol. IV, (Leiden: E. J. Brill, 1934), 19-20.

20. al-Nadīm, Abū'l-Faraj, *The Fihrist* (Bayard Dodge, ed. and translator), Vols. I and II, (New York: Columbia U. Press, 1970).

21. Pappos of Alexandria, *Collectionis quae supersunt*, ed. F. Hultsch, (Berlin, 1878).

22. Pederson, O., "Logistics and the Theory of Functions", *Archives Internat. d'Histoire des Sciences*, 24, no. 94 (Juin 1974), 29-50.

23. Plooij, E. B. *Euclid's Conception of Ratio and His Definition of Proportional Magnitudes as Criticized by Arabian Commentators*, (Rotterdam: 1950).

Acknowledgements

This study has occupied me intermittently for almost six years, and it is a pleasure to record my gratitude to those who have helped me with one or more facets of the work I thank. the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada for its generous support of my research by its Grant # A3485., A.I. Sabra, D. King and the staff of the Ẓahirīya library in Damascus all made available to ms copies of the MSS that form the basis for this study, and F. Rosenthal very kindly transcribed the first several pages of the manuscript AS4832 into a handwriting I could read so that, thus instructed in interpreting a medieval hand, I was able to read the rest. H. E. Kassis spent a great deal of time with me translating difficult passages, and other help in translation was given by D. Gut as, G. Saliba and B. Goldstein, while J. Hogendijk supplied me with information about the contents of some of Abū Sahl's other writings. In addition it was a covnersation with G. Saliba that made me aware of the significance of some of the metamathematical matters in the correspondence. I thank Dr. A. Y. Al-Hassan, who arranged for me to spend the Fall term of 1979 at the Institute for the History of Arabic Science in Aleppo (where a considerable amount of the research on this paper was done), and I am grateful to Miss S. Msallati (IHAS) of the staff there for further advice on the translation and E. S. Kennedy for several discussions on mathematical ond historical points. I thank C. Anagnostakis for drawing this correspondence to my attention and J. Sesiano who, when we discovered four years ago that we were working on the same manuscript, graciously stepped aside that I might complete the present study. Finally I thank A. I. Sabra and D. Gutas for detailed comments on the first version of this study. For whatever merits the present work may possess much of the credit must go to those named above: for the shortcomings I alone am responsible.

Abū Sahl saw mathematics as a demonstrative science whose results, when correctly derived from necessary premises, were immutable and, when they concerned statics, entirely consistent with experience. Nature herself shows the deepest mathematical regularity, and we ought to expect this to manifest itself in beautiful mathematical, even numerical, patterns. Despite this, a deductive proof is still the final arbiter, for failing this we have no more certainty than the physicists.

Finally, the correspondence reveals Abū Sahl to be a mathematician possessing considerable creative powers and technical expertise. Especially impressive evidence for his creativity is found in his two theorems on centers of gravity of circular sectors and arcs, which, in our opinion, rank with the barycentric discoveries of Archimedes in beauty and insight, and (as his chart reveals) he evidently rediscovered many of Archimedes' results on the centers of gravity of plane and solid figures. Finally, we have seen in his solution of the problem of the circle cut by an angle both his nice insight in reducing the general case to the classical form of a verging problem and his technical expertise in carrying out a geometrical argument of considerable complexity.

Like other great civilizations before and after it the Islamic civilization may point with pride to its great men in the exact sciences, men such as Ibn al-Haytham, al-Bīrūnī and Omar Khayyām but, if we wonder how a civilization produces thinkers of such stature at least part of the answer must be that it has already produced some of the stature of Abū Sahl al-Kūhī.

Finally, since both $T''E : WE$ and $WZ : T''E$ are known, al-Kūhī concludes $WZ : WE$ is known. Since the right triangle EWZ is known in form *(maʿlūm al-ṣūrat)* the angle EZW is known, allowing us to construct the triangle that solves the problem.

Fourth Analysis: This may be stated as

$$WZ : ZB = WZ \cdot ZB : ZB^2 \text{ is known,}$$

but, by similar (right) triangles, $WZ \cdot ZB = EZ \cdot ZD$, and by Euclid III, 36 $ZB^2 = GZ \cdot ZA$, so $EZ \cdot ZD : GZ \cdot ZA$ is known. Then by Apollonios' *Determinate Ratio* the point Z is known. (Since the determination of Z from a knowledge of the ratio $EZ \cdot ZD : GZ \cdot ZA$ is – see our note on 129^v:14 – the topic of the work of Apollonios we know by the title *The Determinate Section*, Abū Sahl's fortunate citation of the *Determinate Ratio* here allows us to identify these two works as the same.)

All of this bears the stamp of good mathematics. The problem is easily stated and appeals to the imagination. In its generality the solution is not easy, yet certain special cases are simple enough to give to a relative novice. Finally, the solution to the general case turns on the nice idea of a scale model effected by a verging construction. The capacity to delight in the sheer intellectual pleasure of finding elegant solutions to difficult problems forms a common bond between mathematicians of all times and cultures.

IX. Principal Conclusions of This Study:

Our focus in this work has been on Abū Sahl al-Kūhī for, from the point of view of the history of mathematics, he is by far the more interesting of the two correspondents, and the portrait that emerges from this study adds to our knowledge of the education of an important scientist of the fourth Hijra century. Abū Sahl is thoroughly familiar with both the *Elements* and the *Data* of Euclid, the *Measurement of the Circle* (in an amputated version), *Sphere and Cylinder*, and the *Lemmas* of Archimedes, Apollonios' *Determinate Section*, Ptolemy's *Almagest* as well as certain writings of Galen and Aristotle. He has, in addition, read (at present unidentifiable) works of Archimedes and Euclid on centers of gravity. Of the writers nearer to his own time he has read mensurational works of Ibrāhīm b. Sinān, Abū Saʿd al-ʿAlā' b. Sahl and Thābit b. Qurra, as well as writings of the latter two on centers of gravity.

The very fact that this is scientific correspondence reinforces the point made by A. Anbouba [3, 137 (note)] about the importance of correspondence in the development of mathematics in the 4th Hijra century. In addition to Abū Sahl's activities as a correspondent, and there are eight other works of his called "letters" *(risa'il)* cited by Sezgin, previous researches have revealed that at various times in his life he was in personal contact with Abū Ḥāmid al-Ṣaghānī, Abū l-wafa' al-Buzjani, and ʿAbd al-Rahman al-Ṣūfī, and, just possibly, Ibn al-Haytham.

First analysis: Draw $BT \perp GA$. Then $ET:TZ = WB:BZ$ is known. Choose K on TZ so that $ET : TZ = DT : TK$. Thus $ED : KZ = (ET - DT) : (TZ - TK)$ is known, since this latter ratio is equal to $ET : TZ$. (This is true because if $a > b$ and $c > d$ are four line segments and $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ then $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a}{c}$. This may be easily proved from X. 12 of *The Elements.)* Since ED is known so is KZ. Also

$$DK : DT = (ZD \cdot DK) : (ZD \cdot DT)$$

so the latter is known since $DK : DT = (DT : (DT + TK))^{-1}$ and this is known from $DT : TK$; but, $ZD \cdot DT = DB^2$, a known, and so $ZD \cdot DK$ is known. Since KZ is known as well it follows each of ZD, DK is known. (To see this let $KZ = a$ and $DK = X$. Then $x(x+a)$ is known so, by Euclid VI. 29, x and hence $x + a$ may be determined.) Since D is known Z is therefore known, and the tangent from Z may be drawn, solving the problem.

Second Analysis: If $T'W \parallel BD$ then $T'W$ is known since $BD : T'W = BZ : WZ$. Thus $(T'W)^2$ and, so, $T'E \cdot T'Z$, are known; but, $(T'E \cdot T'Z) : (T'E \cdot T'D) = T'Z : T'D = ZW : WB$ is known, so $T'E \cdot T'D$ is known. Since ED is known we conclude, exactly as in the first analysis, that both $T'E$ and $T'D$ are known. Since E is known, T' is, and W is now determined since $T'W$ is known in magnitude and the circle about T' with radius $T'W$ will intersect EW in W. The tangent to the circle from W solves the problem.

Third Analysis: Let the extensions of the radius BD and WE meet at T''. Since $ED : DB = T''E : BZ$ and both of ED, DB are known the latter ratio is known. Also $BZ : ZW$ is known and so, compounding, $T''E : ZW$, and thus $T''E^2 : ZW^2$, is known; but, $ZW^2 : ZW \cdot WB = ZW : WB$ is known as well and thus, by compounding, $T''E^2 : ZW \cdot WB$ is known. However, by the similarity of triangles ZWE and $T''WB$, $ZW \cdot WB = T''W \cdot WE$ and so $T''E^2 : T''W \cdot WE$ is known.

Now al-Kūhī concludes $T''E : WE$ is known. Although he gives no reason for this conclusion we may see its truth as follows. Let $T''E = c$, $EW = b$ and $T''W = a$, so that $a = b+c$ and the known ratio $(T''E)^2 : T''W \cdot WE = c^2 : a.b = c^2 : (b+c) \cdot b = 1 : (b/c + 1)^b/_c$. Thus $(^b/_c + 1)\, ^b/_c$, is known and since both the product and the difference, $1 = (^b/_c + 1) - {^b/_c}$, is known Abū Sahl would have seen immediately that b/c is known; but, this is just the inverse of the desired ratio c/b and so this latter is known. Like many mathematical tricks the above justification is easy once seen, but the complete absence of explanation in the text, where even very elementary transformations of ratios are signalled by key words, suggests that the transformation involved was something anyone competent in mathematics at al-Kūhī's time would have been expected to see.

intersect NJ at J. By the properties of parallels FT = LM, but, by *The Conics* II, 8, LM = CO. Also JT = MO so FJ = FT — JT = CO — MO = CM = I. The construction is complete since FJ is the desired segment.

Though we do not claim that the analysis we have given is the only possible one it does have the twin merits of compatibility with the mathematics of the time and of accounting for the main feature of Abū Sahl's solution, the verging construction. Thus we believe that whatever the details may have been our version captures at least the main lines of the original analysis.

It seems to us significant, also, that once again the name of Ibn al-Haytham appears. We have already conjectured that Abū Sahl was writing the correspondence around the year 381 when Ibn al-Haytham was about 26 years old, and we have seen Abū Sahl was writing in Baṣra, Ibn al-Haytham's home town and his residence until he went to Egypt at about the age of 35. We know also that al-Khāzinī [18, p. 26] links their names in his treatment of centers of gravity. It seems to us, therefore, a possibility that around the year 381 Abū Sahl and Ibn al-Haytham were in personal contact in Baṣra and that the subjects they discussed together included at least centers of gravity, analysis and synthesis, and verging constructions, but whether this conjecture is probable must await further research on the work of both of these scientists. (If it was not in 381 but earlier, in 373, that Abū Sahl was working in Baṣra – and that seems to be as early as is possible – a link with Ibn al-Haytham is still possible, for Ibn al-Haytham would then have been about 18 years old and this is not an unusual age for a mathematical genius to be active.)

We turn now to the remaining mathematical part of the correspondence, and in order to summarize Abū Sahl's four analyses of the case when the angle is right and one side of it (EA) contains the center of the circle we refer the reader for the following discussion to Figure 20, a composite of the four figures in the text. In all cases we assume the point B has been found on the circle so that if WBZ is the tangent then WB : BZ is equal to the known ratio. (Thus WZ : WB and WZ : BZ are known but not WZ or WB or BZ. Any radius, such as DB, is known, and DE or EG is known, but that is all.)

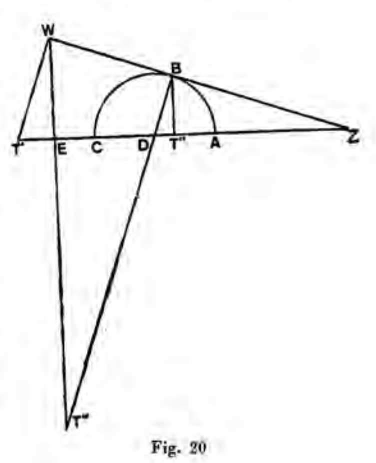


Fig. 20

What Abū Sahl saw was that this problem could be solved by an apparently simpler problem, namely: Given two sides of an angle, a point E not in the angle, and a line DO, draw through E a line E Y Q interesecting the sides of the angle in Y and Q so that YQ = DO, (138ᵛ:6).

Such a verging construction was used by the ancient Greek mathematicians to trisect an angle, and is effected by the intersection of a hyperbola and a circle in Pappos [21, Bk. IV, Prop. 36-37]. This same construction was transmitted to the Islamic world by Thābit b. Qurra (See Hogendijk [14a]), and ᶜAbd al-Jalīl al-Sijzī, whom we have seen was acquainted with Abū Sahl. mentioned it, so Abū Sahl's reference to conic sections could be a reference to the construction Thābit transmitted.

Abū Sahl also wrote two treatises on the regular heptagon (30, V, p. 318), and, although we have not seen the text of the treatises, it appears from the account of them given by A. Anbouba in [1] (for a shorter version in French see [2]) that it was not in these treatises that Abū Sahl did what he says on 138ᵛ:6-7, "We have shown how to do that in many places, and it may often happen that we do not need (for this purpose) to resort to conic sectios." An example of the use of conic sections to solve the verging problem in 138ᵇ:6 is found in Ibn al-Haytham's *The Optics (K. al-manāẓir)* cited earlier, Ibn al-Haytham being a younger contemporary of Abū Sahl al-Kūhī, living in Baṣra when Abū Sahl was there. (Prof. A. I. Sabra kindly supplied us with a copy of his English translation of the parts we refer to here.) Book V of *The Optics* contains the six lemmas *(muqaddamāt)* for the solution of the problem currently called "Alhazen's problem", and Ibn al-Haytham solved the verging problem Abū Sahl described in the course of establishing the first of these six lemmas. (For a statement of all six lemmas consult Sabra, [27].) His solution is as follows (see Fig. 19):

Suppose we are given a segment I, and angle FNJ, and a point T outside the angle. We wish to draw a line TJF so that JF = I.

Through T draw TQ || NJ and extend FN to Q. Draw TM || NQ so that TM meets NJ at M. Now, by II. 4 of Apollonios' *Conics*, through M draw the hyperbola with asymptotes FQ , QT and then measure off I as a chord CM of this hyperbola. Let this chord, extended in both directions, meet the asymptotes at O and L. Through T draw TF || OL and let TF

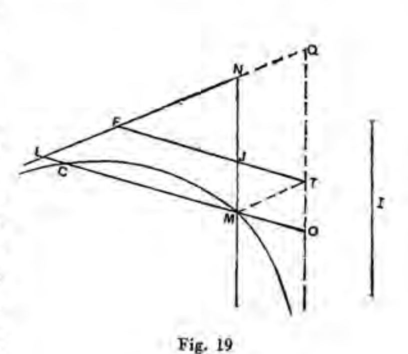


Fig. 19

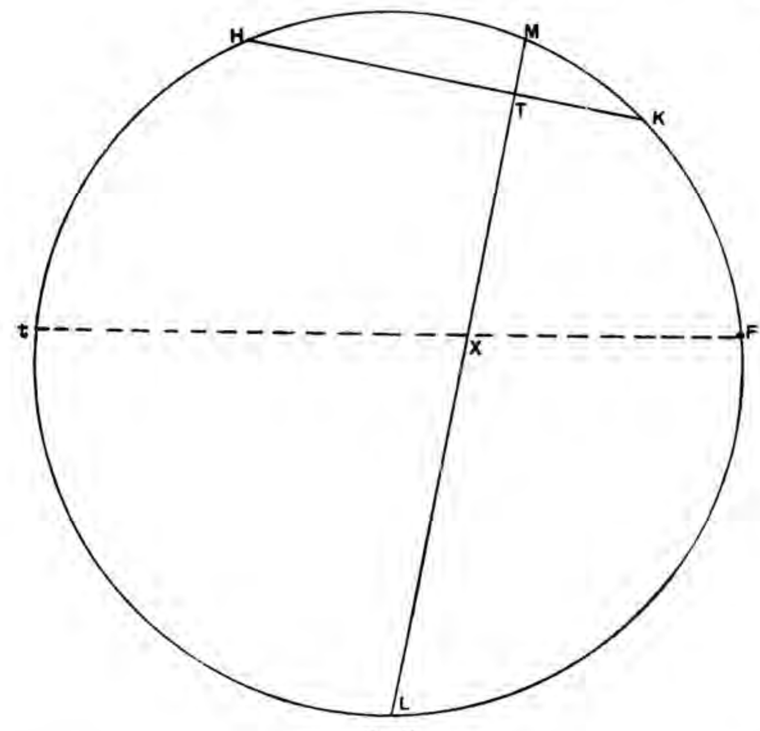


Fig. 18

and the use of the "scale-model" property *via* similarity of the two triangles Δ (EDd) and Δ (BdZ) to Δ (tXΓ) and Δ (TΓK), respectively.

However, to require TX : Xt = BD : DE is to require a verging construction of a rather general type: namely the arc $\widehat{MHL}$ and chord MTL of a circle are given, as well as a point (F) on the other side of the chord. We then require that the segment tX be constructed, verging toward F, so that TX : Xt is equal to a known ratio, namely BD : DE. (This is in fact a generalization of what A. I. Sabra [27, p. 200], describes as the fifth of six geometrical lemmas employed by Ibn al-Haytham in his *K. al-manāẓir*.

> "From a point E outside a circle having AB as diameter and G as center to draw a line that cuts the circumference at D and the diameter at D such that DZ equals ZG.")

four analyses of special cases. He even apologizes for not giving the syntheses here as well on the grounds that he did not want to make the treatise too long.

Perhaps Abū Sahl omitted the analysis of the solution of the general case for the same reason but, in any case, the proof he gives suggests to us the following analysis.

He began (Fig. 17) with the image of the problem solved and a circle drawn through the three points E, W, and Z. The line through B, perpendicular to WZ, will contain D, the center of the given semicircle, as will the line through

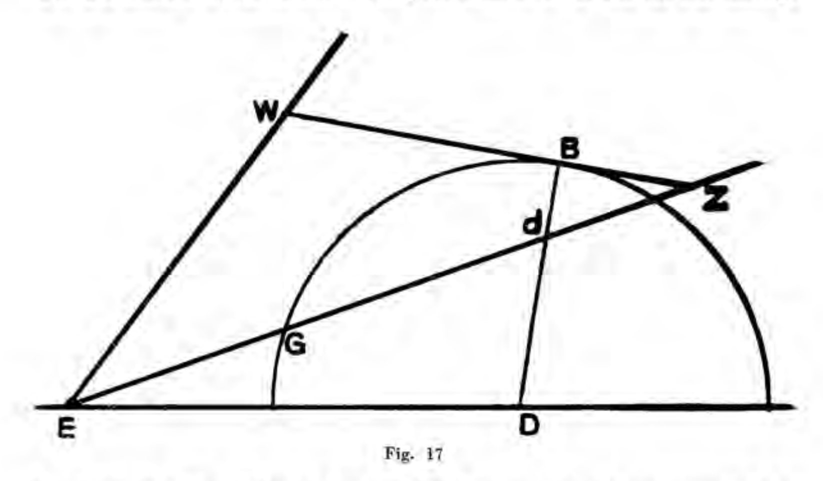


Fig. 17

E making an angle ZED with line ZE. So (Fig. 18) take the line segment KH divided at T so that KT : TH = ZB : BW. Draw a circular arc $\widehat{KLM}$ admitting an angle equal to ∢ WEZ. Complete the circle to $\widehat{KLHM}$, where $\widehat{LM}$ is the perpendicular to KH through T. On the arc KL choose F so that ∢ KLF = ∢ ZED.

We have now used the given in Fig. 17 to construct the solid lines in Fig. 18, where the last point constructed (F) is one intersection of the line corresponding to ED in Fig. 17 with the circle. To determine another point on this line, and hence the whole line it is only necessary to draw a straight line tXF in Fig. 18 so that TX : Xt = BD : DE. Then, as Abū Sahl in fact shows in his proof, Fig. 18 is just a scale model of Fig. 17 where the correspondences between the points are W ↔ H, B ↔ T, K ↔ Z, t ↔ E and D ↔ X.

Finally when the analysis has led us to the construction of satisfying the given proportion, the synthesis is simply a consequence of that proportion

easy to prove). As a result it again follows *ex aequali* that

$$C\theta : CE = LT : LX,$$

and hence,

$$E\theta : CE = XT : LX.$$

But, again using the similarity of $\Delta(XtL)$ to $\Delta(EDC)$, $CE : ED = LX : Xt$, and, as before, *ex aequali* proportion yields $E\theta : ED = XT : Xt$, so, since $E\theta = DB$, $DB : DE = XT : Xt$.

Everything proved so far forms one section of the proof in that, from all the above material, only this last proportion will be needed in the sequel. In fact Abū Sahl now observes (138^v:29 – 139^r:5) that $\Delta(EDd)$ is similar to $\Delta(tX\Gamma)$ and from the resulting proportion, $DE : Dd = Xt : X\Gamma$, and the previous, he obtains *ex aequali* $DB : Dd = XT : X\Gamma$, from which follows

$$Bd : Dd = T\Gamma : X\Gamma.$$

Next in (139^r: 6-12) he notes that the aforementioned similarity implies $Dd : Ed = X\Gamma : t\Gamma$ and so, *ex aequali*, $Bd : Ed = T\Gamma : t\Gamma$. From this and the similarity of $\Delta(BdZ)$ to $\Delta(T\Gamma K)$ he deduces $EZ : dz = tK : \Gamma K$, from which, together with the same similarity, he obtains *ex aequali*

$$EZ : ZB = tK : KT.$$

Finally (139^r:12-15) the equality of $\angle Z$ with $\angle K$ and $\angle E$ with $\angle t$ implies the similarity of $\Delta(EZW)$ to $\Delta(tKH)$ which, together with the preceding, implies

$$WZ : ZB = HK : KT,$$

and so

$$WB : ZB = HT : TK,$$

which proves the theorem.

Such is Abū Sahl's proof of the solution he proposes. The question, however, arises of the genesis both of the problem and of Abū Sahl's solution to it. In our view the two are intimately connected since we believe that the problem arose as a geometrical construction problem of the type customarily solved by analysis. Although no other references to this exact problem are found in the literature we have examined, problems of the same kind, together with the same terminology, are also found in the treatises of Ibrāhīm b. Sinān b. Thābit [30, V, 294] and Ibn al-Haytham [30, V, 368] on analysis and synthesis. (The "terminology" we speak of is that found in Euclid's *Data*, with its constant repitition of the phrases "known in position" *(maᶜlūm al-waḍᶜ,)* "known in form" *(maᶜlūm al-ṣūra)* and "therefore – is known".) It is, thus, because the problem originated within this circle of problems that Abū Sahl, in addition to giving the synthesis of the general case, gives no fewer than

turns so it is always tangent to the circle, then we can (1) make BZ as small as we like and keep BW bounded away from 0, or (2) make BW as small as we like and keep B bounded away from 0 or (3) have BW approach a non-zero magnitude and make BZ arbitrarily large. In what is called the "fourth case" Abū Isḥāq neglects to state that he assumes BD is a secant of the circle.

Construction: (138^r:29 – 138^v:10). On the line segment HTK construct a circular arc KLH so that[1] $\sphericalangle$ KLH = $\sphericalangle$ ZEW. Complete the circle KLM and construct its chord LTM $\perp$ HTK.

Now draw the line DE and extend it in both directions to points N and O so that DE:EN = DS:SO = LT:TM. Since the angle this line makes with the secant AGE is assumed known, choose F on the circle KLM so that the angle in the segment KMHLF of the circle is equal to $\sphericalangle$ DEG.

Next, draw DC so that $\sphericalangle$ EDC = $\sphericalangle$ FKL and DQ so that $\sphericalangle$ EDQ = $\sphericalangle$ MLF, and then draw NR || DC. Now insert the segment DO in the angle NRQ so it verges toward E, *i. e.*, construct a line CEQ so that YQ = DO.

Finally, on the circle KLM choose t so that $\sphericalangle$ LMt = $\sphericalangle$ DQE and join t to K, F, L and H. Then the tangent to the circle, ZBW, constructed so that $\sphericalangle$ AZB $\sphericalangle$ tKH is the required line.

Proof: The main steps are the following. To begin with (138^v:10-19), choose points k,θ on CQ that DS = Eθ = Yk. The similarity of Δ (ECD) to Δ (EYN), together with the verging construction and the definition of k, imply

$$EC : EY = ED : EN = Yk : kQ .$$

Then a straightforward manipulation of these proportions (138^v:14-17) results in

$$C\theta : \theta Q = ED : EN .$$

This latter ratio is connected by the construction with the circle KLM so that

$$C\theta : \theta Q = LT : TM,$$

and from this there immediately follows the first fundamental proportion:

$$C\theta : CQ = LT : LM .$$

Next (138^v:19-23) the definition of t on the circle KLM insures that Δ (MtL) is similar to Δ (QDC), so that CQ : CD = LM : Lt, and it follows *ex aequali* from the previous proportion that Cθ : CD = LT : Lt.

The third step (138^v:23-29) is to use the similarity of Δ (XTL) and Δ(EDC) to establish CD : CE = Lt : LX. (Abū Sahl in *l.* 24 says he has proved the similarity of these two triangles but he has become confused and is probably thinking of the proof of the similarity of Δ(CQD) to Δ (LMt). In any case his constructions guarantee $\sphericalangle$ EDC = $\sphericalangle$ XtL and $\sphericalangle$ C = $\sphericalangle$ L, so the similarity is

(1) *We used this form to indicate for the sector.*

two correspondents to this problem, which it seems was posed by a third party to Abū Isḥāq. In its simplest form the problem is one of a circle cut by a diameter BEG with a tangent at B and what is sought is a point Z on the circumference of the circle so that if the tangent at Z cuts the tangent and diameter at A and D, respectively then AZ:ZD is equal to a known ratio.

Abū Isḥāq's Solution: If, proceeding according to analysis, we suppose the problem solved and draw the radius EZ, then an easy manipulation of ratios shows that if we know AZ:ZD, we know $AD{\cdot}ZD{:}ZD^2$. Since angles Z and B are right, the points A,Z,E,B are concyclic and (as a corollary to Euclid III, 36) $AD{\cdot}ZD = DB{\cdot}DE$, while (by Euclid III, 36 itself) $ZD^2 = DB{\cdot}DG$. Thus $DB{\cdot}DE{:}DB{\cdot}DG$, and so DE:DG, is known. Thus EG:DE is known and, since EG is the radius of the given circle, DE is known. Since E is given, D is known and the required tangent is the tangent to the circle from D.

Abū Isḥāq now weakens the hypothesis to the supposition that BG is any chord of the circle.

Abū Isḥāq's Solution: By analysis we may suppose the sought, AZ:ZD, is known, so AZ:AD, and hence AD:AZ, is known; but, AZ and AB are tangents to the circle from A so AZ = AB and AD:AB is known. Then in the triangle ABD the angle B and the ratio of two sides AD:AB are known so the triangle ADB is known in form *(maᶜlūm al-ṣūra)*. (This follows from Euclid's *Elements*, VI, 7, since the angle BDA is acute. See also Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's redaction of Euclid's *Data*, Prop. 44, and the comments that follow it [34, no. 1, pp. 18-19].) Since angle D is now known, we may draw GT so ∢ TGB = ∢ ADB. Then Z will lie on the intersection of the circle with the line EH drawn perpendicularly to GT. The tangent to the circle at Z is then the desired line.

As Abū Isḥāq notes, this analysis is the more general, and the synthesis of this nice piece of mathematics is so clear that Abū Isḥāq in fact refers to the analysis as "this proof".

It is the remaining two cases, when AB is not tangent to the circle, that Abū Isḥāq cannot solve, and we now begin with an overview of Abū Sahl's solution to the problem, supplemented by references to lines in the text where details may be found.

The problem: (138^r:26-29) We are given the center D and radius DB of a circle ABG, as well as an angle ZEW of which at least one side cuts the given circle. Given as well are the distance from the vertex of the angle to the center of the circle, the angle ZED and the ratio of two line segments HT:TK. We are required to construct a point B on the portion of the circle within ∢ ZEW so that if the tangent at B cuts the two sides of ∢ ZEW at Z and W then WB: BZ = HT:TK.

We first note, however, that considerations of continuity dictate that the two cases posed here will have solutions, for if a given line (WZ in Fig. 12)

in as much as their knowledge is based on opinion and mere likelihood. To these he opposes Archimedes, Ptolemy and Hipparchos and, in more recent times, Thābit and Ibrāhīm b. Sinān among whom error, when it occurs, is simply due to a mistake in calculation and occasions neither censure nor dispute.

Finally there are the very interesting remarks on what it means for a ratio to be known. A complete account of this matter seems hardly possible since we lack the original letter of Abū Sahl that sparked the debate. We have only Abū Isḥāq objecting that the ratio between two cylinders is known if they are of one kind *(jins wāḥid)* but that otherwise it is unknown.

This view goes back to Aristotle who in his *Physics* (VII.4.248^a and 249^a) asserts of a straight line and circumference of a circle that "these are not comparable" and locates the problem in the fact that the two curves are different in species. This view enjoyed a long life, for a century after Abū Isḥāq invoked the doctrine al-Jayyānī ([23], p. 20) wrote, "Equality never occurs between a straight line and a curved line for they are not of the same kind". Of course, Abū Sahl replies by citing Archimedes, (in 133^v:26), though, not knowing Prop. 18 of *On Spirals* he uses analogies drawn from *Sphere and Cylinder*.

In this section (133^v:19 *et seq.*) Abū Sahl makes a distinction between a ratio being known in the sense that the antecedent is so-many-times plus so-many-parts-of the consequent *(nisbat al-kamm)* and its being known only in the sense that its consequent and antecedent are magnitudes given as existing *(nisbat al-wujūd)*. His proof in 134^r:10-11 that a circle and square have to one another a ratio of this second sort is simply the proof of the first proposition in Euclid's *Data* (a work for which Abū Sahl composed some additional theorems, Sezgin [30,V, p. 319, No. 171]), specialized from two arbitrary magnitudes to the circle and square; but, his statement and proof that circular and square cylinders are to each other as their bases seem to be original with him and serve to drive home the point that the results of mathematics are not subjects to any *a priori* limitations, such as those which would limit the comparability of the curved and the straight, but are restricted only by the criterion that they must be capable of being demonstrated on the basis of a given set of premises. While, in our search for mathematical truths, our faith in nature's regularity may lead to conjectures which seem indisputably true, the ultimate test is a geometrical demonstration based on sound premises of the sort Archimedes or Euclid employed. Failing such a demonstration, a result cannot be claimed to be part of mathematics, but, when such a demonstration is found, the acceptability of the result cannot be denied, however much it may conflict with our preconceptions. These views of Abū Sahl are ones that most modern mathematicians would feel are identical with their own.

VIII. Problem of Circle Cut by an Angle:

We begin this commentary with an overview of the solutions given by the

numbers appearing in the ratios as indicating something that is "natural", places himself amongst those mathematicians and philosophers who believe that the deepest truths of nature are expressed by whole numbers and their ratios. The science of centers of gravity is, after all, about nature, and al-Kūhī regards his table of integer ratios as such a characteristic expression of nature that it would be quite incredible if the final link in this beautiful chain of numbers should prove to fail when the other five were sound.

Abū Isḥāq points out, however, that if the science of centers of gravity is to be at once both "demonstrative" *(burhāniyy)* and informative as to the state of nature, then its results must satisfy the twin criteria of consistency with other results that have been demonstrated and with physical experience. On the basis of the first criterion he attacks the corollary of Abū Sahl's chart, namely the value $3\,^1/_9$ for π, which he says contradicts what Archimedes said, while he attacks the law of the lever on the basis of the second. It must be said at once that his first attack is considerably more successful than the second, which is based not on Abū Isḥāq's own experience at all but on a thought-experiment conducted on the assumption that if two objects balance about a fulcrum then they weigh the same. (For the appearances of this prejudice in earlier literature see the author's [5, p. 101].) The dismal failure of this criticism is mitigated somewhat by the success of the first objection, that the value of $3\,^1/_9$ for the ratio of the circumference to the diameter is inconsistent with Archimedes' result that this ratio is between $3\,^1/_7$ and $3\,^{10}/_{71}$.

To Abū Sahl's credit he acknowledges that the key element in his rectification of the circle has not been proved (137^r:20), but having acknowledged this weakness, he begins an attack on Abū Isḥāq's source. We have discussed in our notes Abū Sahl's pointing to the possibility of textual corruption, so we turn immediately to his charge that the treatise on the measurement of the circle, being simply an approximation – and not a very close one at that is something of which no reputable modern geometer would be proud, let alone Archimedes. It is apparent from this that Abū Sahl's conception of a "demonstrative science" is of one whose results are exact and not approximative. The numerous approximative methods developed by the scientists of medieval Islam were therefore not part of a "demonstrative science" and in this Abū Sahl shared the viewpoint of Ptolemy, who gives what he calls the mathematical necessities for understanding the *Almagest* and says not a word about the multitude of numerical (approximative) methods which lie behind so much of his work. (For a discussion of this point see Pedersen [22].) So far removed did Abū Sahl consider approximations to be from a proper, "demonstrative" mathematics that he concluded the treatise was not by Archimedes but merely attributed to him. Abū Sahl's remarks suggest that approximative methods are best left to "the physicists" *(ṭābiᶜiyyun)* such as Galen and Aristotle, who are doomed to disagreement among themselves

spoken of it here because it goes into the principles of subdivisions, and if we wanted to occupy ourselves with subdivisions, specifications, syntheses and the enumeration of different cases of the positions of points, according to the method used by Apollonios in his works, our treatise would be very long."

VI. The Barycentric Theorems:

As stated in the introduction both J. Sesiano [28] and the author [6] have published studies of this aspect of the correspondence; however, in order to make this study as self-contained as possible, we note the following points. First of all the results about the centers of gravity of the three plane figures and their solids of revolution are, with the exception of the ratio 3:7 for the semicircle, true. Although the five correct results were proved by Archimedes, we know from Abū Sahl's testimony in his treatise on the *Volume of the Paraboloid* [26, no. 6, p. 3] that his discovery of the center of gravity of the paraboloid, and probably that of the hemisphere, was without knowledge of Archimedes' results. Since we do not know of any treatise transmitted to the Arabic authors that contains the results for the parabola or the cone, we suppose these were also independent discoveries of Abū Sahl. The result on the triangle, of course, Abū Sahl could have learned from such ancient sources as Heron's *Mechanics*, Pappos' Book VIII, or even the book of Archimedes on centers of gravity he cites elsewhere (see our note on 131^{v}:24-25), and it is reasonable to suppose *some* book got him started thinking about these matters.

The two theorems on centers of gravity of circular sectors and arcs are quite correct and, as well, unknown in the ancient literature. They can both be derived by considerations that would not go beyond those known in the ancient world – the theorem on arcs by the Pappos-Guldin Theorem and that on sectors by an argument given in my paper [6, page 8]; however, there is no way of knowing how al-Kūhī discovered or proved them.

VII. Metamathematics in the Correspondence:

It is apparent that a large part of this correspondence is occupied with matters that we would consider as metamathematical, including extended discussions of the relation of mathematics to experience, what it means to say that a mathematical entity is "known", the kind of results regarded as being part of mathematics, and what evidence is regarded as admissible in mathematical arguments. These discussions provide an opportunity for us to overhear a medieval mathematician talking about his science with a well-informed amateur and reveal much of the state of mathematics in the late 4th century Hijra.

Most of these issues appear in the debate over the status of the result on the center of gravity of a semicircle. Al-Kūhī, in regarding the chain of whole

137ᵛ:6 See 132ᵛ:18

137ᵛ:8 Prof. W. Wallace has called our attention to the fact that in Ch. 1, Book I of his *Almagest* Ptolemy emphasises the disputes that must necessarily arise between philosophers on matters of theology or physics, as opposed to the certainty inherent in mathematical methods.

137ᵛ:16 In the version of the *Measurement of the Circle* found in Col. MS Or. 306/15 (M. *Arshīmidis fī taksīr al-dā'ira*) the first line speaks of the treatise as "attributed to" *(mansūba ilā)* Archimedes.

137ᵛ:24-27 He here refers to Archimedes' division of the circle into 96 parts (each one being 3 3/4°). In his recension [35, no, 5, 127-33] of *Measurement of the Circle*, Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī comments on the astronomers' use of the chord of a small arc to estimate π. The table of chords Abū Sahl refers to may be found in *The Almagest* I, 11 [24].

138ʳ:1 *et seq.* *ʿalā aqṭārihi*. The triangles are "on its diameters" in the sense that each triangle has part of a diameter as a median, *e.g.*, in Fig. 11, BGE has as its median from E onto BG part of a diameter of the original parabola. This is a consequence of Apollonios' *Conics*, I, 46. The property of the area of these triangles that is mentioned in lines 1 – 4 formed a basis for one of Archimedes' quadratures of the parabola. It was also an important link in Ibrāhīm b. Sinān's argument (which is, presumably, where Abū Sahl found the fact), and Abū Sahl's praise of Ibrāhīm's ability in lines 10-13 shows that he did not object to the use of a sequence of approximating figures when it was handled so as to obtain an exact result, but only when, as is the case with *Measurement of the Circle*, the use made of the sequence is to obtain a sequence of numbers that result only in an approximation.

138ᵛ:6-7 The translation we use for "We have . . . conic sections" is taken from A. I. Sabra [28, 305 n. 10].

138ᵛ:17 What seems to be intended by the phrase "as the ratio of one to its associate" *(kanisbati wāḥidin ilā qarīnihi)* is that from a proportion $a:b = c:d$ we may deduce $a:b = (a+c) : (b+d)$, *i. e.*, the ratio of $a+c$ to $b+d$ is as the ratio of any one antecedent to its, associated, consequent. The justification is Euclid's *Elements* V, 12.

140ʳ:15 The language here is reminiscent of that quoted by Woepcke [36, p. 55, n. 11] from Abū Sahl's treatise *On Centers of Circles Tangent to Lines* (see Sezgin [30, V, p. 319]), where Abū Sahl writes, "We have mentioned it (a previous problem), together with certain ones of those propositions, in our analytic treatise, which we have likewise titled *On Centers of Circles Tangent to Lines*. We have, however, not

sens exprimé par le verbe λαμβάνω, à un temps personnel, *Anal. pr.* B11 61 b 16", and this is the reason for our translation "generally accepted". The second category contains the kind found in Euclid (line 18) *i. e.* those which are clearly basic to and form part of an extensive deductive system. At the end of the first part, however, it is mentioned that according to other contemporary usages the *musallamāt* include the Euclidean postulates.

In the second part Abū Sahl discusses another sense in which he has used *muqaddamāt*, one that corresponds well to the modern concept of *lemmas*, and it seems that he regards the one unproved element in his chart of centers of gravity, namely the position of the center of gravity of a semicircle, as this kind of a premise not one to be accepted unquestioningly but as a theorem to be proved and to which the theorem on the ratio of the circumference to the diameter reverts.

136ᵛ:4-6 It is not surprising that Abū Sahl believed Euclid lived after Archimedes. For example al-Yaᶜqūbī makes Archimedes a student of Pythagoras, and many medieval Arabic authors had only the vaguest ideas of the lives of the Greek mathematicians. What is surprising is to see Abū Sahl relating Postulate 1 of *On the Sphere and the Cylinder*, Book I ("The straight line is the shortest of all lines having the same extremities.") quite correctly and then speaking as if it were no more than what Euclid proved in *The Elements*, I, 20.

136ᵛ:29 See Ptolemy's introduction to his discussion of retrograde motion in *The Almagest*, XII, 1 [24], where Apollonios is mentioned.

137ʳ:11 *bi-burhān handasiyy*. This must modify *jahadnā* in the following line, rather than the preceding *wujūd*, since the whole point of the remark here is that it was the arrangement he discovered in the five cases that led him to his conjecture about the center of gravity of a semicircle, for which he still does not have a proof.

137ʳ:17 The reference to his having managed a proof that the ratio of the circumference of a circle to its diameter is equal to the ratio of a straight line to a straight line is to his theorem that the ratio of any arc to its chord is as the radius of the circle to the straight line joining its center to the center of gravity of the arc.

137ʳ:19 Since there are two major results used in the proof that the ratio of the circumference to the diameter is 28:9, the one locating the center of gravity of an arc of a circle and the other identifying the center of gravity of such an arc with that of a sector of a concentric circle, it is not clear to which "geometrical theorem" Abū Sahl refers.

Properly speaking, the result A/P = A·B/P·B, which Abū Sahl ascribes to Euclid, is not found in the *Elements* though it is immediate from the theorems in Book XII, particularly XII, 6 and the porism to XII, 7.

135ʳ:20-21 Archimedes proved this in *Measurement of the Circle*, Prop. 1.

135ᵛ:12 The writings on centers of gravity, or more generally on mechanics, which Arabic authors assigned to Euclid are *Maqāla fi'l-mīzān* and *Kitāb fi'l-thiqal wa'l-khiffa waqiyās al-ajrām baᶜḍihā bi-baᶜḍ*. For details see [30 V, p. 120].

135ᵛ:13 The only writing of Thābit ibn Qurra known to us that deals with the law of the lever is his treatise *on the Qarasṭūn*, a work which makes no mention of centers of gravity. (Kh.-Jaouiche [33] has published an edition of the text of this work, together with a French translation and commentary.) The implication that Thābit took the law as a premise is puzzling since Prop. 3 of Thābit's work is devoted to a proof of the law, though it would likely not have satisfied Abū Sahl, who no doubt considered it to be more of a discussion intended to make the result plausible than a proof.

135ᵛ:14 The attribution of an interest in mechanics to Abū Saᶜd is something new and indicates there was more 4th century (Hijra) interest in theoretical mechanics than has been thought up to now.

136ʳ:5 *et seq.* Abū Sahl's argument is that the line through the center of gravity of an equilateral triangle parallel to the base divides the triangle into two disjoint parts whose areas (or weights) are in the ratio of 4:5 but the triangle still balance about that line. The reason for the restriction to an equilateral triangle is not clear, but perhaps Abū Sahl thought his correspondent would feel more confident of the result in the case of a simple figure.

135ᵛ:22-23 According to W. Hinz [14, p. 35] the oke was generally 1/12 of a *raṭl* so Abū Sahl is dramatically emphasizing the point that balancing does not depend on the two weights being equal but rather on their positions relative to the balance point.

136ᵛ:1 137ʳ:6 The basic distinction in the first part of this passage is between premises *(muqaddamāt)* that are "generally accepted" *(musallamāt)* and those that are "necessary" *(dūrrurīyat)*. The first type seems to include *ad hoc* assumptions that need a proof (even if one may not be forthcoming for some time). The term *musallamāt* is a technical term in Arabic logic and according to A. – M. Goichon [10 and 11, pp. 151 and 13 resp.] *musallamāt* are "*admises*, sans être accompagnées de démonstration . . . " and are "admises (propositions), au

134^v:15 This definition of "cylinder", if a definition is what is intended here, is not found in Euclid, whom al-Bīrūnī follows in the *K. al-tafhīm* in defining as a solid of revolution. Here again (see note to 131^r:2-23), we observe a tendency to reduce to numbers what were once distinct geometrical *genera*.

134^v:21 *et seq.* Abū Sahl, in calling lines "rational" or "irrational", is using the terminology of Book X of *The Elements*, where Def. 3 states that all lines commensurable with a fixed straight line, or commensurable with it in square, are to be called *rational*, and all other lines are called *irrational*. The phrase "more exotic than that" in line 22 would thus refer to lines not even commensurable in square.

134^v:27-28 The theorem for circular cylinders is Euclid XII, 11, and for square cylinders is XI, 32.

135^r:1-3 Abū Sahl must be referring to that fact that, given the theory of ratios as explained in Book V of Euclid, any proof of equality of ratios must be *implicity* comparing multiples. Certainly Euclid's proofs of his theorems on cylinders do not explicitly use multiples, although the theorem for parallelograms and triangles (Book VI, Prop. 1) does. (The Euclidean theory of ratios was known to the Arabic mathematicians from at least the ninth century onward. See [23], especially Chapters I and III.)

135^r:3-5 This proposition does not occur in the Greek text of Euclid, although the corollary that "In equal cones and cylinders the bases are reciprocally proportional to the heights" is the first half of XII, 15.

135^r:10-14 In his treatise *R. fī istikhrāj misāḥat al-mujassam al-mukāfī (On the Volume of the Paraboloid)* [26, No. 6, 15] Abū Sahl also makes the remark that the proof for the case of one-half is the same as the proof for "more than its half".

135^r:16-135^v:6 To summarize this proof we shall, in the spirit of al-Kūhī, denote a cylinder whose base is Y and whose height is B by Y · B. Our author wants to show that if A·B is a square cylinder and G·B a circular one then A·B : G·B = A:G. Following the classical method of exhaustion he assumes first that A·B : G·B = A:D where D is an area not equal to G. (Here in common with Euclid and Archimedes he assumes the existence of a fourth proportional.) Suppose D<G so there is a polygon P inscribed in the circle G so that D<P<G. Then A:P<A:D and A:P= A·B:P·B, "since Euclid proved that". Thus A·B:G·B > A·B:P·B so P·B > G·B, which is a contradiction, since "the whole is not less than the part". A similar argument, replacing P by a circumscribed polygon, shows that neither is D > G. Hence, D = G and the theorem is proved.

$(a - b):b = (c - d) : d$, the Arabic term, *tafṣil*, corresponds to the Euclidean term διάφεσις, and we have followed T. L. Heath's practice for the latter term and translated it *separando*.

133ʳ:16 *maᶜlūm al-ṣūra*. This means "known in form", *i. e.*, up to similarity. See Euclid's *Data*, Def. 3.

133ᵛ:19-20 *kammiya miqdār aḥadihimā min al-ākhar*. This is the very phrase al-Bīrūnī uses in his *K. al-tafhīm* [7, p. 11] in explaining "ratio", so the definition must have been a common one in the late 4th – early 5th Hijra centuries. The phrase also occurs, without "miqdār", in line 21. (See the commentary "Metamathematics" for our interpretation of this and the following discussion.)

133ᵛ:24 *et seq.* The relevant theorems in Archimedes' *Sphere and Cylinder*, *Book I*, are, for the first, the corollary to Prop. 34 (whose proof makes it plain that the surface of a sphere is equal to the lateral surface of its circumscribed cylinder) and, for the second, Prop. 14.

134ʳ:13-16 Since the chord of 72° is the side of a regular pentagon in the circle, it is constructible (*Elements*, IV, 11), and since $1^{\circ} = (1/3)^2 (1/2)^3\, 72^{\circ}$, it follows that the chord of 1° is constructible by anyone who can trisect the angle. Abū Sahl, in fact, wrote on a method of trisecting the angle by using a hyperbola [30, Vol. V, 318 – 191]), but the point of this passage is that if one wants, in addition to the geometrical construction, the numerical ratio of the chord of 1° to the diameter then he can only get approximations and never an exact expression in terms of parts of the diameter (*nisbat al-kamm*).

134ʳ:26-27 *the proof I gave that the straight line is equal to the curved line*. By this he may be referring to what he mentioned earlier, in 130ᵛ:14-15, or he may mean his purported rectification of the circumference of a circle. His next statement that "the area of the circle is equal to the square" must refer to a proof in a letter we do not have, although it would have followed easily enough from his alleged rectification and Theorem 1 of Archimedes' *Measurement of the Circle*.

134ᵛ:2 Abū Sahl refers here to the property of curves that Proklos, in his *Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, ascribes to the cylindrical spiral, the circle and the straight line and calls "homeomeric". (See Morrow [19a], p. 85).

134ᵛ:5-6 That Abū Sahl knew of Archimedes' *Quadrature of the Parabola* only from its mention in the preface to Book I of *On the Sphere and Cylinder* is indicative of how little of the present Archimedean *corpus* was known to the Arabic authors.

132ʳ:4-5 *ʿalā takāfī* : al-Bīrūnī defines "takāfī al-nisba" in the *K.al-tafhīm* [7, p. 17] as inverse ratio and mentions the steelyard as an example.

132ʳ:6 *et seq.* The point of this example is that the premise Abū Sahl uses (the law of the lever) is unsound because it implies a body will balance about a point even when a plane through that point divides the body into two unequal halves. For comments on the misconception that balancing implies equality of weight of the objects see Berggren [5].

132ᵛ:1 Wāsiṭ was a town about 200 km NW of Baṣra.

132ᵛ:6 To judge from the list of its subjects (lines 8-10), the letter he refers to as having just arrived is the previous one in this collection of letters. Thus, the first part of this letter gives information on a previous letter of Abū Sahl to Abū Isḥāq, in fact the "First Letter" on our list, as is shown by Abū Sahl's reference to "my two writings" in 133ᵛ:2.

132ᵛ:25 This passage can be translated variously, but the supposition that "the shaykh" refers to a third person seems to be the only one consistent with Abū Sahl's reply starting on 138ʳ:21, for it appears from that passage that it was not Abū Sahl who posed the problem. Our comments on this problem may be found in Sec. 8.

133ʳ:1 *taḥlīl* This is the Arabic translation of the Greek word ἀνάλυσις, explained by Pappos in Book VII of his *Collection* [21, p. 634]. Though this book was not known to the Arabic authors, many of the work Pappos lists as belonging to the "Treasury of Analysis", such as Euclid's *Data* and various treatises of Apollonios, were, and on 140ʳ:15 Abū Sahl refers to Apollonios as one who treated problems by analysis and synthesis. The first Arabic work we know of mentioning analysis is the treatise of Ibrāhīm b. Sinān (296/909 –335/946), his *M. fī ṭarīq al-taḥlīl wa l-tarkīb. . .* (Hyderabad, 1947). Al-Kūhī himself wrote two short works on geometrical problems solved by the method of analysis (No's. 8 and 9 of Sezgin V [30, p. 319]), and among the list of titles of Ibn al-Haytham's works we find five mentioning analysis, only one of which, the *M. fī l-taḥlīl wa l-tarkīb*, is known to be extant today. These examples indicate the importance of this method in the fourth Hijra century.

133ʳ:2 *tarkīb*. This term translates the Greek σύνθεσις and can refer either to the reverse of *taḥlīl* (see above), in which case we translate it as "synthesis", or, as here, to an operation which produces from the proportion $a:b = c:d$ the proportion $(a+b) : b = (c+d) : d$, in which case we translate it as "composition". For the opposite operation, which deduces from the proportion $a:b = c:d$ the proportion

et seq. Since in Arabic the unpointed forms of the words for "seventy" and "ninety" are the same, Abū Sahl is right in suggesting that the discrepancy between his result and Archimedes' could be due to a copyist's error. In his discussion of this passage J. Sesiano points out that there did circulate in the Islamic world a version of *Measurement of the Circle* in which the proof of the last part of Prop. 3 was missing, precisely that part that establishes the lower bound $3\ ^{10}/_{71}$ for π, and suggests that this must have been the version Abū Sahl was familiar with [29, p. 288].

Perhaps it was the incompleteness of this proof combined with the approximative approach of Archimedes' treatise that, in the following letter (see 137ᵛ:14 *et seq.*), led Abū Sahl to dismiss the whole treatise as unworthy of the great geometer and probably a spurious work.

131ᵛ:16 Since there is no mention of square cylinders in Abū Sahl's previous letter, and the circular cylinder is mentioned only in the context of volume determinations (130ʳ:10-11), it seems that Abū Isḥāq is replying to an earlier letter of Abū Sahl which we do not have, and this impression is confirmed by Abū Sahl's mention of his two (previous) letters in 133ᵛ:2.

131ᵛ:24-25 It is hard to know how much to make of Abū Isḥāq's complaints about the lack of any "complete book" or "satisfactory work on the science of centers of gravity by any of the ancients or moderns". Certainly the Arabic authors had Heron's *Mechanics* and Book VIII of Pappos' *Collection*; but, were this all, Abū Isḥāq's remarks would be quite understandable. However, F. Sezgin [30, V, p. 136] quotes two titles of works of Archimedes, the first a *K. fī musāwāt al-mayl* ("The Equalization of Inclination") and the second a *K. fī' l-muᶜādalāt min al-ashkāl allati stuᶜmila fīhā'l-amhal* ("On the Equilibria of Figures, in which levers are used"). Both titles are in fact cited by Heron [13, 67:3] but we have not been able to ascertain whether actual MSS of these works are known. However, J. Hogendijk has drawn our attention to a passage that occurs in the beginning of Abū Sahl's *Treatise on the Construction of the Regular Heptagon in the Circle* where Abū Sahl refers to the high regard mathematicians of his time had for Archimedes' works, citing "his existing books such as the *Book of the Centers of Gravity* and the *Book of the Sphere and the Cylinder*. . ". Thus, Abū Sahl had as a base from which to begin his work a treatise of Archimedes dealing with centers of gravity, but which work this was is not clear. We do know, however, from Abū Sahl's remarks on 135ᵛ:12 and 136ᵛ:10, that, whatever work it was, it did not contain a proof of the law of the lever.

Al-Khāzinī reports another work of Abū Sahl on centers of gravity, [18, p. 27], containing theorems about heavy bodies in liquids ("jismun thaqīlun fī ajsāmin raṭbatin") but no references to "liquid bodies". Perhaps Abū Sahl means by liquid bodies those of irregular shape conceived of as blown in glass and filled with liquid in order to have weight.

130ʳ:27 Under the word "four" in this line there is an arrow and in the left margin is an arrow with *sabʿa* (unpointed) written next to it. There is no apparent reason for this.

130ʳ:27-29 The numeral forms are extremely close to those of the Bodleian MS of *al-Qānūn al-Masʿūdī* (copied 1082 A. D.) displayed by R.A.K. Irani [15, Plate 1, p. 4] in his study of Arabic numeral forms. The numerals found in *C* differ most in the form of "2". "6" and "8". The numerals do not appear in *D* since the chart itself does not appear.

130ᵛ:14-15 *that straight line is always equal to an arc.* He is referring to the straight line GD in Fig. 4, for, in his example of this on 130ᵛ:22, he names the line, and he says he has proved it – evidently-in his *Book of Centers of Gravity.*

131ʳ:2-23 Abū Sahl's proof may be explained as follows: By histheor em on the center of gravity of an arc, $BD : DE = \widehat{ABG} : AG = \frac{1}{2}(\widehat{ABG})$: $\frac{1}{2} AG = \widehat{BG}:BD$, so $BD^2 = \widehat{BG} \times DE$. By assumption $ZD:DB = 3:2$ so $ZD^2 : BD^2 = 9:4$, and, thus, $ZD^2 : \widehat{BG} \times DE = 9:4$. Since his other theorem implies E is the center of gravity of the larger semicircle $\widehat{TZH}$, his "wonderful arrangement" implies $DE : ZD = 3 : 7$, so $\widehat{BG} \times DE : \widehat{BG} \times ZD = 3 : 7 = 4 : 9\frac{1}{3}$. *Ex aequali*. and simplifying, we conclude $ZD : \widehat{BG} = 9 : 9\frac{1}{3}$; but, since similar arcs are as their radii, $\widehat{BG} : \widehat{ZT} = 2 : 3 = 9\frac{1}{3} : 14$. Thus, again *ex aequali*, $ZD : \widehat{ZT} = 9 : 14$. Hence, $9 : 28 = 2(ZD) : 4(\widehat{ZT}) = HT : 2(\widehat{HZT})$.

The phrase *ex aequali*, which appears throughout this correspondence, renders the Arabic *bi'l-musāwāt* and refers to *The Elements*, V. 22.

The multiplication of an arc by a straight line on line 4 shows that for Abū Sahl the barriers separating number from magnitude no longer exist. He attempts to give no geometrical interpretation to the product, and he plainly behaves as if he were taking the product of a number by another number.

131ʳ:24 Abū Sahl here refers to Prop. 3 of *Measurement of a Circle.*

378/988 and their mutual interest in scientific matters led to a friendship which, later, when Sharaf al-Dawla died in 989 at the age of 27 and Abū Sahl left Baghdad to go to Baṣra, gave rise to this correspondence.

On the basis of these considerations we conclude that, although the year 373/983 is a possibility, the weight of evidence supports our conjecture that the correspondence took place during the year 381/991.

V. General Commentary

129ᵛ:9 *qiṭᶜa min dā'ira* This means, literally, "a segment of a circle", but it refers either to the area or arc of a sector of a circle, according to the context. For example, Abū Sahl's remark in 130ᵛ:3 about "*qiṭᶜatān min dā'iratayn*", that, under certain conditions, "the center of gravity of the arc of the smaller of the two and the center of gravity of the surface of the larger of the two is one", is true for sectors, but not for segments. He goes on in line 9 to call this surface "a sector" *(qiṭāᶜ)*, which is not the usual name for the surface of a segment, so we shall translate *qiṭāᶜ* as "sector".

129ᵛ:14 In the *Fihrist* al-Nadīm cites this lost work of Apollonios (20, p. 637) "The Determined Ratio, two sections – Thābit (b. Qurra) corrected the first, the second is translated into Arabic but is not clearly understood". This latter remark conforms well to the impression created by the references in this correspondence (see also lines 24-25). We believe this work is an Arabic translation of thework cited by Pappos in the seventh book of his *Collection* under the title *Diōrismenē Tomē* (i. e. *The Determinate Section*) [21, p. 642] and whose subject, as explained by Heath [12, II, p. 180], is, "Given four points A,B,C,D, on a straight line, to determine another point P on the same straight line such that the ratio $AP \cdot CP : BP \cdot DP$ has a given value".

129ᵛ:26-27 *thalāthat ashkāl aw arbaᶜa mudawwara* To translate this as "three or four circular theorems" has a connotation not intended by Abū Sahl, so we have chosen to use the basic meaning "figures" as the translation of *ashkal*. What he means is "theorems dealing with circles", so they would have circular figures.

130ʳ:7 *ajsām sayyāla wa ghayr sayyāla*

The meaning of the phrase "liquid and non-liquid bodies" is obscure but this translation is the best we can do with a text that seems corrupt. Since all three MSS agree on the reading we have not attempted to amend the text; however, if the intended meaning was as we have translated it, one would have expected

مقالات في احوال مراكز الاثقال ثلاثة واربع < في > اجسام سيالة

results on the barycentric theory, for the first letter we have from him announces in an obviously proud tone the many results he had discovered on centers of gravity. As to when he began investigating these matters we obtain a clue from the preface to his treatise *Fī ᶜamal al-musabbaᶜ al-mutasāwī al-aḍlaᶜ fī dā'iratin maᶜlūmatin* (MS Paris BN 4821, f. 17ᵛ), which begins "There appeared in the time of *mawlānā*, the great, victorious King ᶜaḍud al-Dawla, may God prolong his life and continue his authority, many of the noble sciences, *belles lettres*, fine arts. . . just as there appeared many geometrical theorems which did not appear in the time of one of the (other) kings despite their efforts to make them appear and their struggle for their derivation, for the reason that they knew that this kind of the mathematical sciences (al-ᶜulūm al-taᶜlīmīyat), such as (the sciences of) astronomy, number, weights, centers of gravity and similar ones are among the philosophical disciplines. . . ".

Even discounting the flattery apparent in the above dedication it seems there was a flowering of the mathematical sciences under the patronage of ᶜAḍud al-Dawla (see eg. *E. I.*, II (8?), and we believe the reference to "centers of gravity" refers to Abū Sahl's own discoveries in this area. Thus, it appears that this correspondence, which was written after Abū Sahl had done a considerable amount of work on the barycentric theory, took place during or after the reign of ᶜAḍud al-Dawla, *i. e.*, the years 367/978 – 373/983 during which Abū Sahl made his first discoveries about centers of gravity.

The other clue to the date of the correspondence is the date Abū Isḥāq gives to his first letter, Sunday, the eighth of Ṣafar. Since he, who was by profession a government official, is not likely to have used the astronomers' calendar (see Kennedy [16, p. 232] for the different calendars) to date his correspondence, we are able to list the possible dates for the first letter of Abū Isḥāq, *i. e.* the years between 367 and 384 when 8 Ṣafar fell on a Sunday. They are the years 368/978, 373/983 and 381/991 (see Wustenfeld [31, p. 9]). The first is the least likely of the three since it was too early in the reign of ᶜAḍud for Abū Sahl to have done as much on the barycentric theory as this correspondence suggests he had. Also Abū Isḥāq had just been incarcerated by ᶜAḍud and told to start writing a history of the Būyids to atone for his past lack of support of ᶜAḍud's cause. The second one, just at the end of ᶜAḍud's reign, is perfectly possible, but our impression is that Abū Sahl was a favorite of ᶜAḍud and stayed in Baghdad during his reign, and if this is so, it hardly accords with Abū Isḥāq's lament in the correspondence that "the times do not give him his due". What would accord with this remark is the very last possibility, 381/991, for then the last of Abū Sahl's patrons, Sharaf al-Dawla, had died, and the observatory in his garden, where Abū Sahl had directed the observations Abū Isḥāq witnessed, had been closed. This would also explain how it happened that Abū Sahl and Abū Isḥāq had even begun the correspondence; namely, they got to know each other in Baghdad around the year

(5) The Qāḍī AbūʿAlī Rībās b. Barnās (132^{v}:4). The name is unpointed in all MSS and various pointings have not led to a name mentioned in the sources listed in (4).

(6) Abu l-Mufaḍḍal al-Anṣarī (132^{v}:7). The name is completely pointed in all MSS but that has not helped to identify him.

(7) Euclid (134^{r}:9,12; 134^{v}:27; 135^{r}:1,3,8_2,9; 135^{v}:12; 136^{v}:6_2,7,18,20). Although this Alexandrian mathematician is best known for his *Elements*, he is also cited in this correspondence for his *Data* and as the author of a work on the law of the lever.

(8) (Klaudaios) Ptolemy (134^{r}:16; 136^{v}:29; 137^{r}:16,26). Abū Sahl cites Ptolemy, who flourished in Alexandria around 135 A. D., as the author of *The Almagest*.

(9) (Abū Isḥāq) Ibrāhīm b. Sinān (b. Thābit b. Qurra) (134^{v}:7; 136^{v}:26-27; 138^{r}:6,11,13). A grandson of Thābit, he lived in the first half of the 4th Hijra Century and is mentioned here only for his treatise on the measurement of a parabola. Studies done to date on his works make it clear that he was one of the best mathematicians of his time.

(10) Abū Saʿd (al-ʿalā') b. Sahl (134^{v}:7; 135^{v}:14). Since Suter (32, p. 82) already noticed that Abū Saʿd commented on Abū Sahl's treatise on the astrolobe, and since we now have the latter conveying an opinion of the former, it is certain that the two men were contemporaries. Although we do not know of a treatise on the area of a parabola by him, as mentioned by al-Kūhī, there is a short MS, Paris 2457/29, entitled *On the Properties of the Three Sections*.

(11) Aristotle (137^{v}:8).

(12) Galen (137^{v}:9). One of the greatest physicians of antiquity, he flourished in the last half of the second century A. D.

(13) Hipparchos (137^{v}:12,13). He flourished in Rhodes in the mid–second century B. C. and was known to Abū Sahl through Ptolemy's mention of him.

IV. The Date of the Correspondence

There are two events which fix the interval during which this correspondence was written. The first is the accession of the Būyid ruler ʿAḍud al-Dawla to the kingship of the Būyid dominions (largely Iraq and western Iran) in 367/978, and the second is the death of Abū Isḥāq al-Ṣābī in 384/994, (19). Although the relevance of the second event for dating the correspondence is plain enough the first requires some explanation.

To begin with, the correspondence leaves the distinct impression that it is taking place at a time when Abū Sahl had already obtained a large number of

is as the ratio of DZ to ZB, and the square of line ZB is equal to the product of line GZ by ZA, since the line ZB is (11) tangent to the circle, it follows that the ratio of the product of the line EZ by ZD to the product of the line GZ by ZA is known. Thus the point Z is known (12) by Apollonios' *Book of the Determinate Ratio*. Consequently, the line ZBW tangent to the circle is known, (13) and that is what we wanted to prove. (14) Other approaches: Similarly there are many approaches to the first figure but I wrote only one of them by synthesis, (15*) for if I had written the other approaches and used analysis and synthesis and division (into cases) and *diorismos*, as Apollonios did (16) in some of his theorems, our composition would be (very) long. I hope that he will attend to that (which we have written) with (his) blessing, God willing. (17) The letter is finished and much praise be to God, Lord of the worlds, and God bless and grant peace to His prophet Muḥammad and his family, the good.

III. Persons Mentioned in the Text

We provide, for persons (other than the authors) mentioned in the text, some bio – and bibliographical information based primarily on the material in Sezgin (27). We begin with the full name, as given by Sezgin, enclosing in parentheses those parts not cited by Abū Sahl or Abū Isḥāq. Immediately after the name parentheses enclose the page and line numbers in this treatise where the person is mentioned. The information following this mainly concerns the work (s) to which our authors refer. The order in our list is the order in which the names appear in the correspondence.

(1) Apollonios (of Perga) (129^v:14,23,28; 134^v:11; 136^v:29; 140^r:12,15). Astronomer and mathematician known for his *Conics* but cited in this treatise as the author of *Cutting-off a Determinate Ratio*. *Fl. ca.* 210 B. C.

(2) Archimedes (130^r:9; 131^r:24,29; 132^v:18; 133^v:26; 134^r:1,4; 134^v:6,11; 135^v:1,12; 136^v:5; 137^v:6,7,15,16,17,27,28; 138^r:6,11,13,14_2,16,17). The works of this greatest of the ancient mathematicians cited in this correspondence are *Sphere and Cylinder*, *Measurement of a Circle* and *The Lemmas*. *Fl. ca.* 240 B. C.

(3) (Abū'l-Ḥasan) Thābit b. Qurra (b. Zahrūn al-Ḥarrānī) . (130^r:11; 134^v:7; 135^v:12; 136^v:27-28; 138^r:6,11). He flourished a century before this correspondence occurred and was distinguished both for his translation of Greek and Syriac works as well as for such original compositions as his measurement of the parabola and paraboloid and his study of the unequal arm balance *(qarasṭūn)*, all of which are referred to in this correspondence.

(4) Abū Shujāᶜ Shahribān b. Sirkhāb (132^v:3). The name is pointed thus in *C* and *D* and this is consistent with what pointing there is in *I*. The name is not listed in Qifṭī, al-Nadīm, Ibn Abī Uṣaibiᶜa or the standard Western bibliographies, but he and the following two were contemporaries of the correspondents.

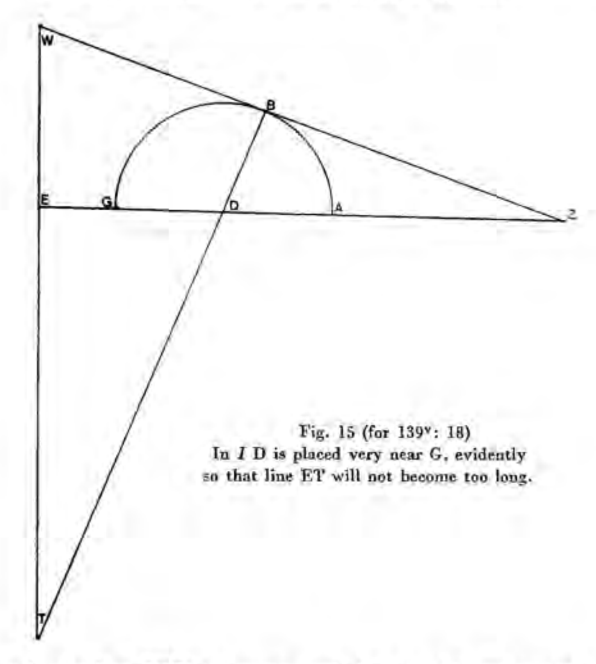


Fig. 15 (for 139ᵛ: 18)
In *I* D is placed very near G, evidently so that line ET will not become too long.

consequently the line ZBW is known, and that is what we wanted to prove. (8) Another approach: Since the known ratio of the line WZ to the line ZB is as the ratio of the product of line WZ by ZB to the square (9) of ZB, and the product of line WZ by ZB is equal to the product of line EZ by ZD, since the two triangles EWZ, BDZ are similar, (10) and (since) the ratio of WZ to ZE

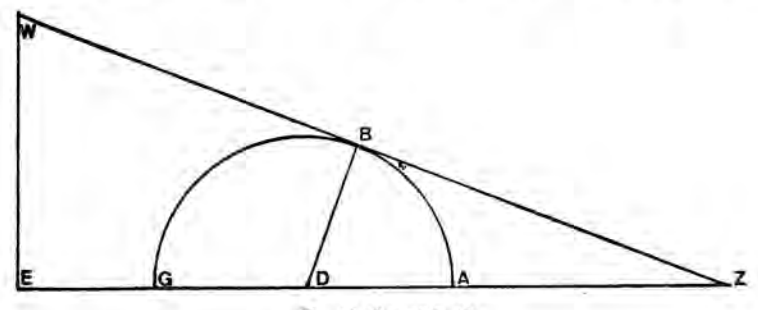


Fig. 16 (for 140ʳ: 8)

and the point D is known, so each one (9) of the two points Z, K is known. Thus, the line ZB tangent to the circle is known, and that is what we wanted to prove. (10) Another approach: Since the ratio of the line BZ to ZW is the known, if it is as the ratio of the known line DB to the line WT (11) the line WT will be parallel to the line BD, and it will also be known in magnitude,

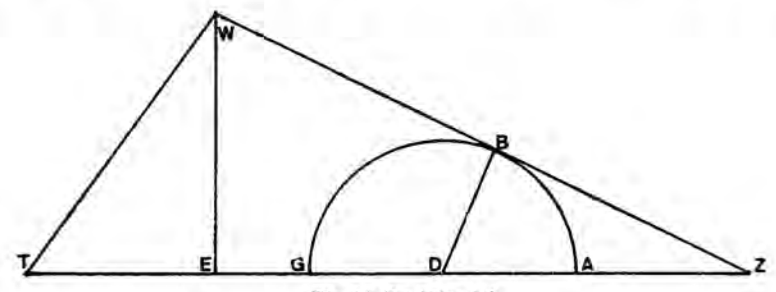


Fig. 14 (for 139v: 10)

and so its square will be known; but, the square (12) of the line WT will be equal to the product of the line ZT by TE since the angle ZWT is right, being equal (13) to the right angle ZBD. Now the ratio of the product of line ZT by TE to the product of TE by TD is known, since it is (14) as the known ratio of the line ZT to the line DT. So the product of line DT by TE is known, and the line DE is known, (15) so the line ET is known. The point E is known, so the point T is known, and thus the point W is also known (16) since the line TW is known in magnitude. Consequently, the line WBZ tangent to the circle is known and that is what we wanted (17) to prove. (18) Another approach: If the known ratio of the line DE to the line DB is as the ratio of the line TE to ZB (19) the ratio of the line TE to ZB will be known, and the line TDB will be straight if the line TE is perpendicular (20) to the line GD. The ratio of the line ZB to the line ZW is known, so the ratio of the line ET to the ZW is known. (140r:1) Thus the ratio of the square of the line ET to the square of the line ZW is known, and the ratio of the square of the line ZW to the product of the line (2) ZW by WB is known, since it is as the ratio of the line ZW to WB. Thus the ratio of the square of the line ET to the product of the line (3) ZW by WB is known. But the product of the line ZW by WB is equal to the product of TW by WE, by the similarity of the triangle ZWE (4) to the triangle TWB, and the ratio of ZW to WE is as the ratio of TW to WB. Thus the ratio of the square of ET to the product (5) of TW by WE is known, and so the ratio of the line TE to the line EW is known. Hence, the ratio of the line ZW to (6) the line WE is known, and the angle ZEW is known since it is right, so the triangle ZEW is known in form. (7) Thus the angle AZB is known, so

of the line TΓ to the line ΓX; (6) but, the ratio of the line Dd to the line dE is as the ratio of the line XΓ to the line Γt, so *ex aequali* the ratio (7) of line Bd to line dE will be as the ratio of line TΓ to line Γt. So, if we invert, the ratio of the line Ed (8) to dB will be as the ratio of line tΓ to the line ΓT. Now the ratio of line Bd to line dZ is as the ratio of line TΓ (9) to line ΓK. Thus, *ex aequali* also, the ratio of line Ed to line dZ will be as the ratio of line tΓ to (10) line ΓK. Now, if we compose, the ratio of the line EZ to the line Zd will be as the ratio of line tK to line KΓ; but, the ratio (11) of line dZ to line ZB is as the ratio of line ΓK to line KT, so *ex aequali* also the ratio of line EZ to (12) line ZB will be as the ratio of line tK to line KT, and the ratio of line WZ to line ZE (will be) as the ratio of line HK (13) to line Kt, since the two triangles EWZ, HKt are similar. Thus, *ex aequali* also, the ratio of the line WZ to the line (14) ZB will be as the ratio of the line HK to the line KT, so, if we separate, the ratio of the line WB to the line BZ will be (15) as the known ratio HT to TX, and that is what we wanted to prove.

(139^v:1) (1) And this, if the line AGE is not the diameter of the circle and the angle AEW is right. And as for (the case) if the line AGE is the diameter (2) of the circle and the angle AEW is right then we said it is easy, since the

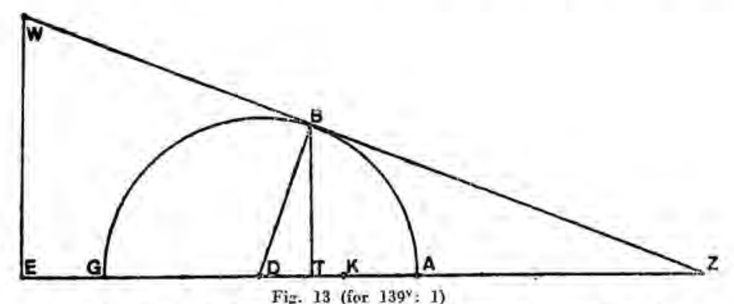


Fig. 13 (for 139^v: 1)
In *I* the line BTis drawn as a radius and D falls midway between T and G.

known ratio of the line WB to the line BZ (3) is as the ratio the line ET to the line TZ when BT is perpendicular to the line AG. So the ratio of line ET to line TZ (4) is known, and if we make this ratio as the ratio of the line DT to TK the ratio of the remaining known line, ED, (5) to the remaining (line), KZ, is known. Thus, the line ZK is known, and the ratio of the product of the line ZD by DK to the product (6) of the line ZD by DT is known, since it is as the ratio of the line DK to DT, DZ being a common altitude to them both. (7) The product of line ZD by DT is known, since it is equal to the square of the line DB, and so the product of line ZD by DK is known. (8) But we have proved the line ZK is known, so each one of the two lines ZD, DK is known

the angle HKt, and the construction of this is easy. Then I say that the ratio of the line WB to the line (10) BZ equals the ratio of the line HT to TK. The proof of that: If we make the line YK equal to the line DS so that (11) there remains the line kQ equal to the line SO, and we make Eθ equal to the line Yk also, so that the line EY will be (12) equal to the line θk, (then) since the ratio of the line Yk to the line kQ, I mean the ratio of the line DS to SO, is as the ratio (13) of the line DE to EN, and (since) the ratio of the line DE to EN is as the ratio of the line CE to the line YE, since the two lines CD, NR (14) are parallel, then the ratio of the line CE to the line EY is as the ratio of the line Yk to the line kQ. And the line YE is equal to the line (15) θk and the line Yk to the line Eθ, so the ratio of the line CE to the line θk is as the ratio of the line Eθ to the line kQ. (16) Thus the ratio of the sum of the two lines CE, Eθ, I mean the line Cθ, to the sum of the two lines θk, kQ, I mean the line θQ, is as the ratio (17*) of one to its associate, which is as the ratio of the line DE to EN. But the ratio of the line DE to EN is as the ratio of the line LT to (18) TM, and so the ratio of the line Cθ to the line θQ is as the ratio of the line LT to the line TM, and so, if we compose, then convert (and) then invert (19) the ratio of the line θC to CQ will be as the ratio of the line TL to LM. Also, since angle Q is equal (20) to angle M and angle QDE is equal to angle MtF, which is on arc MKF, and similarly (angle) EDC is equal (21) to angle FtL, then the remaining angle DCQ of the triangle DCQ is equal to the remaining angle tLM of triangle tLM and (22) the two triangles are similar. Thus the ratio of line CQ to line CD is as the ratio of line ML to line Lt, and *ex aequali* (23) the ratio of line θC to line CD will be as the ratio of line TL to Lt. Now the ratio of line DC to line CE (will be) (24) as the ratio of line tL to LX since the two triangles DEC, tXL are similar, as we proved. So *ex aequali* also (25) the ratio of line θC to line CE (will be) as the ratio of line TL to line LX. Thus, if we separate, the ratio of the line θE to (26) the line EC is as the ratio of the line TX to the line XL; but, the ratio of the line CE to the line ED is as the ratio of the line LX to the line Xt. (27) Thus, *ex aequali*, the ratio of the line θE to the line ED will be as the ratio of line TX to line Xt. Now the line θE (28) is equal to line DS, I mean line DB, since D is the center of the circle, and the ratio of line BD to line DE is as the ratio of line (29) TX to Xt. Also, since angle AZB equals angle TKΓ, and the right angle ZBD is equal to the right angle KTΓ the remaining angle BdZ,

(139ʳ:1) I mean angle DdE, is equal to the remaining angle TΓK, I mean angle XΓt, since the two of them (2) are opposite (i. e. vertical angles); and, the angle dED is equal to angle ΓtX so the remaining angle is equal (3) to the remaining angle, so the two triangles EDd, tΓX are similar. Thus the ratio of line ED to line Dd is as the ratio (4) of line tX to XΓ and *ex aequali* also the ratio of the line BD to the line Dd will be as the ratio of line TX (5) to line XΓ. So, if we separate, the ratio of the line Bd to the line dD will be as the ratio

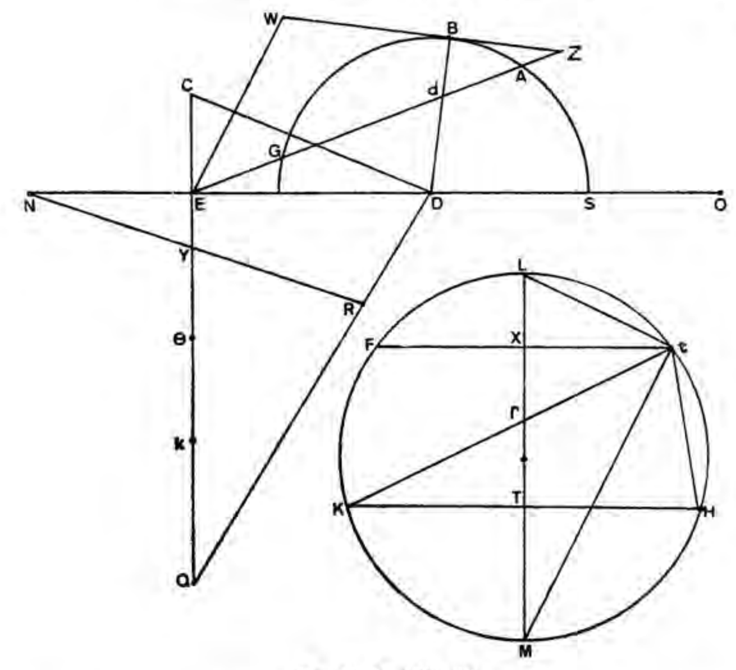


Fig. 12 (for 138r: 26)

to BZ is as the ratio of the line HT (29) to the line TK. Thus we construct on the line HTK an arc in which falls an angle equal to angle AEW, (138v:1) and let it be arc HLK, and we complete the circle HLKM and make the line LTM perpendicular to the line HTK. (2) We draw the line DE and produce it in a straight line in both directions and make the ratio of the line DE to the line EN equal to the ratio of the line (3) LT to the line TM. Similarly the ratio of the line DS to the line SO equals the ratio of the line LT to the line TM. Now we make (4) the arc KF so that the angle on it is equal to the angle DEG, and we make the angle EDC equal to the angle on the arc LF, and we make (5) the angle EDQ equal to the angle that falls on the arc MKF. We draw the line NR parallel to the line DC, (6*) and at the point E we draw the line CEQ so that there results from it the line YQ equal to the line DO. We have shown how to do that (7) in many places, and it may often happen that we do not need (for this purpose) to resort to conic sections. Then we make angle LMt equal (8) to angle DQE and join lines tK, tF, tL, tH. We make the line WBZ tangent to the circle (9) and the angle ABZ equal to

(6) way of measurement and the way of Archimedes, Thābit, and Ibrāhīm ibn Sinān, by which it appeared that the two (parabolic) sections (7) ABD, BGE are a third of the triangle ABG, exactly rather than only approximately. By the method of adding the triangles, by calculation (8) it is not possible that we are led to truth at all, since there are infinitely many triangles, and between the method which is only (9) by approximation and of which one does not except that it is ever exact and the method which is only exact, (10) and which cannot be approximate at all, there is no analogy. And if, despite this, I were to come upon a way to measure the parabola (11) by adding the triangles as we said, i. e. by adding the fourths and the fourths of the fourths and it were written "This is Ibrāhīm ibn Sinān's," (12) much less Thābit's or Archimedes', and it were of extreme precision, I would say that it is not his but (only) attributed to him. (13) Ibrāhīm is above seeking anything by this method, so how much more Archimedes. Similar to this, it is my opinion about the discovery of the ratio (14) of the diameter to the circumference by that method, that it is not Archimedes' but (only) attributed to him. Archimedes is above (15) seeking the measurement of the circumference of the circle by this method, and it is like the thing with the measurement of the parabola (16) by adding the triangles, and all of this is because of the greatness of Archimedes in our opinion and the abasement of that method of calculation. (17) So the shaykh should not conclude that between us and Archimedes (18) or any mathematician there is disagreement concerning anything, (19) and especially concerning what refers to geometry and a geometric proof, (20) such as the barycentric theorems and that which is known (21) that follows from them. As for the problem that was posed to my lord the shaykh and is divided into cases and (some of which) he solved – (22) may God maintain His support – and some of which he did not solve, I understood it and investigated what he solved and what remains. (23) I found what he solved to be pleasing and thought about the remaining, and so I solved this portion of it, that is if there is any angle (24) whatever and any section of a circle. As for when the angle is right and the section is (25) a semicircle, then it is easy, and when it is not like that but the angle and the section are arbitrary, (26) then let the circle ABG, whose centre is D, be assumed, and the line AGE be either the diameter of the circle (27) or otherwise, and the known angle AEW be internal or external. We want to find a line (28) that is tangent to it (the circle) and terminated by the two lines AZ, WE, such as the line WBZ, so that the ratio of WB

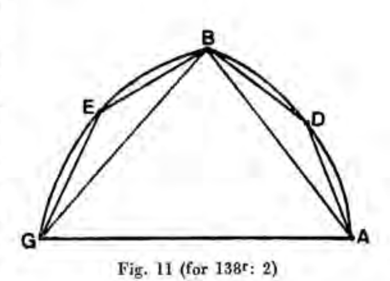


Fig. 11 (for 138r: 2)

assertion of the superiority of Hipparchos, and his (Hipparchos) advancement (13) and his accomplishment and his fairness and his preference for that which is true, says in his book *The Almagest* that there occurred in the calculation of Hipparchos (14) an error, but he does not intend by that to–degrate him – and how could he when he (Hipparchos) is in his opinion the most superior person. Similarly (for) the calculation (15) of the ratio of the diameter to the circumference by Archimedes. Although it is not clear to us that this calculation has missed the mark, in my opinion, (16*) it is (merely) attributed to Archimedes and does not befit him, so if we were to say it is not his work, it would be nearer (the truth) and it would be nearer to (17) praising (him) than our saying that it was his, because the opinion (expressed therein) is not his opinion, the purpose is not his purpose. Archimedes never had (18) as his purpose any such thing as this, neither in *The Sphere and the Cylinder*, nor in *The Lemmas*, nor in other books (19) of his. We never saw mention of this (book) anywhere in his writings, like the mention of the area of the parabola in the preface to the *Book of the Sphere* (20) *and the Cylinder*, along with the mention of some of his (other) derivations. Neither did he use that in some theorem, since (21) it is clear that that method does not lead to the truth at all. Rather it is an approximation and his purpose always is to discover (22) knowledge of things exactly – not approximately, such as the discovery of the ratio between the square and the parabola, (23) and between the circle and the spherical surface, and between the sphere and the cylinder and the cone, *etc.*, (24*) an exact discovery and not approximate. Also, this (method of) calculation (in *Measusurement of the Circle*) although it is impossible that it is ever exact, is not (25) very fine, since its calculator did not revert to chords finer than the chord of four degrees less one-fourth, (26) and this is very coarse compared to what is done in the *Almagest* since Ptolemy reverts to a chord approximating half (27) a degree, which is much finer than this by quite a bit. Because of (all) this I say this (work) is (merely) attributed to Archimedes and this calculation (28) is, in my opinion, not like a work of Archimedes. And it is not a work of proficient calculators or astronomers either, so that if (29) we were to attribute this derivation to one of our companions, he would not be pleased by it, much less glory in it, since this is like a work

(138^r:1*) of one who seeks the area of a parabola from the collection of triangles in it that are constructed on its diameters (2) by adding the fourth and the fourth of the fourth. For example, the triangle that is on the diameter of the parabola is first ABG, (3) and next the two triangles ADB and BEG, which two are a fourth of the triangle ABG, and similarly (we construct) the succeeding triangles, (14) which are a fourth of the fourth, and they proved that. And whoever adds the fourths more (times), I mean the triangles that are in the parabola (5) as we described, he will be finer (in his approximation) and nearer to the area of the parabola. But what a difference between this

of nine to twenty–eight, it is a consequence of two things, one of them a geometrical theorem about which there is no doubt (20) and the other is that arrangement, ordering, and natural thing of which we are not so certain as we are of a geometrical proof. (21) For this reason we say that the ratio of the diameter to the circumference being like the ratio of a straight line to a (straight) line or a number (22) to a number is without a geometrical proof, since we hesitated how we could be certain of it. As for this ratio being equal to the ratio of nine (23) to twenty–eight this is uncertain until a geometrical proof is established for the soundness of this, the evidence for which (24) is the arrangement and the natural matter, or (until one is established) for its falsity, or for the falsity of one of its consequences, *i. e.*, that its ratio is as the ratio of nine (25) to twenty–eight. Now if one were to establish a proof for the falsity of its consequence that would be astonishing, because it would be a proof of (26) the falsity of that ordering and arrangement and of this one being an exception to the arrangement of the five for which a proof was furnished, (27) as if it is in a natural arrangement, and more astonishing than that that there should be error in it that escaped the people whose (28) trust in certain things is on account of the natural matter, in contradistinction to the geometrical proof. In his opinion the reason becomes clear (29) for my difficulty in proving it up to now since it is an indication that it is not due to my inability but the thing (137^v:1) in itself is incorrect, non-existent, and it is for this (reason) we say that the result is in suspension. Now we had written to him (2) before that, "What is the path to the discovery of the ratio of the diameter to the circumference?", and I said that it was not among the totality (3) of the barycentric theorems, all of which are by a geometrical proof, that we may come to grips with it and demand of it what one would require of it in terms of (4) the soundness of its premises. By premises I mean the theorems to which it reverts. Furthermore, the shaykh wrote that if the ratio (5) of the diameter of a circle to its circumference is equal to the ratio of a number to another number, and particularly to the ratio of nine to twenty–eight (6*) that would be amazing. He said, "More astonishing than that is the discrepancy between it and what Archimedes has set forth". I understand that, but the matter is not as (7) he fancied, and (indeed) there never was disagreement between any of us an Archimedes. That cannot be, because disagreement between (8*) scholars in the things of which their knowledge is through opinion, dogma, an likelihood as it was between Aristotle (9) and Galen and other physicists in the matters of the psyche, and the conditions of the faculties, and similar things. (10) As for the things that refer to geometry and arithmetic they name "erroneous" that which is erroneous and (identify) negligence (11) where negligence occurs, for they know that disagreement quickly disappears when they look into it. Error in arithmetic, when it occurs, (12) is not strange, nor does it indicaet the inferiority of him who commits it. Do you not see that Ptolemy, in spite of his

(propositions) that need to be postulated as my lord the shaykh thinks; but I mean what our companions mean by this term, and they (26) mean by "premises" the theorems to which that thing aimed at reverts. Do you not see that (when) they say Ibrahīm (27) ibn Sinān deduced the area of the parabola without a premise they mean without any other theorem to which it reverted, and (when they say) that Thābit (28) ibn Qurra deduced it with such-and-such a premise they mean those theorems to which the thing aimed at reverted, (29*) and (when) Ptolemy says in the *Almagest* that Apollonios made a premise for this, he means by it the theorem that

(137ʳ:1) was made before the theorem by which is known the situation (station) between the retrogradation of the planets and their forward motion, and the examples of that are many. (2) So it is evident they mean by premises only the very theorems to which the theorem reverts, not as the shaykh thinks, (3) and thus was my intention by the premises of which I wrote to him. Nothing else came to my mind, and for this reason I inquired when I saw (4) in his writing mention of "the generally accepted premise" – on which neither our companions nor we relied, nor is it (5) used in our science as it is used in the science of others. So, since the affair is thus, the notion that (6) a generally accepted premise is (used) in the science of others is nearer (the truth) than that it is used in our demonstrative science. As for the centers (7) of gravity of the six figures about which I wrote to my lord the shaykh, I said that they are arranged in a marvellous order (8) of numerical ratio, and I made a chart for them, and I ascribed them to an arrangement of deeds of the Creator, to Whom belong might and majesty. And my lord says (9) that if it is like that then it is a beautiful arrangement, as though a natural matter. We found all of it by a geometrical proof, (10) except that for the centers of gravity of five of them we found, after their discovery, that they really did occur according to that arrangement (of) which (11*) we wrote to him, by a geometrical proof, while (for) one of them, the semicircle, after the discovery of its center of gravity, (then) by a geometrical proof (12) we endeavored to inquire whether its center of gravity occurred on the diameter at that point which that arrangement indicated for it (13) or not. However up to now a proof of it has not been furnished, as had been furnished that the five are arranged according to that ratio, (14) except, in all liklihood and almost certainly, that that one is also in this arrangement (seems) nearer (the truth) than that it is an exception (15) to it, because of the arrangement and the natural matter. If, up to now, the proof of it has been impossible , it is due only to its distance (16) and its obscurity from our knowledge, and we attribute that to our weakness in this art and our need of greater power than (17*) that (we have) to manage a proof of that as we managed for the five cases and (that of) the ratio of the diameter to the circumference being equal to the ratio (18) of a straight line to a straight line or a number to a number. As for this ratio (19*) being equal to the ratio

plained about centers of gravity and have given a proof of it. And as for his pointing out (136^v:1) that this premise belongs to the category of those (premises) generally granted, if he means that it was generally granted by the ancients, who were (2) before us and investigated this science, then "Yes", but if he means that it was granted by us, then "No", since we proved it. (3) By our proof it left (the realm of) premises, whether necessary or otherwise. There occur in the totality of geometrical theorems (4*) (such statements) as the statement that two sides of a triangle are longer than the remaining side. That was a necessary premise (5) according to Archimedes, since the knowledge that the shortest line joining two points is the straight line (6) was necessary in his opinion and up to the time of Euclid, but when Euclid proved it it was removed from the totality of premises (7) and was transferred to the geometrical theorems and for this reason it was not (simply) a generally accepted premise for Euclid or the people who (8) came after him who investigated his proof, even if it had been considered so for those who came before him. Thus the ratio of weight (9) to weight, according to what we have described, is not a premise for us or for the people who will come after us and who will look into the proof (10) that (we gave) for it, even if it was (considered) a premise by our predecessors since there was no proof for it, as we know. (11) Since we discovered the proof of it, it was removed from the realm of premises and was put into the realm of theorems. Since the matter is (12) thus, there is neither here a generally accepted premise, in any way, nor in any other place at all, (13) and we never assumed a premise for ourselves in anything, but proved it, for how could this be since our knowledge is so extensive as not (14) to need any generally accepted premise, neither is this our wont nor that of our companions. Indeed, how (15) could that be allowed, in our opinion, since a generally accepted premise might be false and whatever is deduced from the false is false. (16) How could we rely on a premise which is of this sort according to us? When was that? Where is it found? What place and in what (17) theorem? How could we use a generally accepted premise in our demonstrative sciences when, in our opinion, whatever is deduced from a hundred (18) premises, ninety-nine of which are necessary like the necessary ones of Euclid and one of which is generally accepted, (19) will follow that one and not the ninety-nine. How could we use a thing when (20) we consider it to be as false as we have described. As if the necessary ones of Euclid did not suffice us in our science (21) and we want more than them and their consequences. No. It is nothing of that (sort), nor is a generally accepted premise used in our sciences. (22) But if he means by "generally accepted premise" those necessary ones themselves, as some people do, then this is a matter for discussion between us (23) and them. As for the premises that I mentioned in my writing, and to which I said reverts the discovery of the center of gravity of a segment of the sphere (24) and a section of the circumference of a circle and of curved line and that the curved line is equal to a straight line, and the like, I do not mean (25) by premises

him, that the area from (4) the place of suspension to the line AB must incline. (5*) (Here is) a demonstration for that. The center of gravity of the equilateral triangle ABG, (6) which he does not doubt is (7) its (the triangle's) middle (point), let it be D. D is in the place (8) where the ratio of the line ED to the line AD (9) is equal to the ratio of one to two and this is clear; so, if we compose, the ratio of the line AE to the line AD is equal to the ratio of three to (10) two. Hence, the ratio of the square of the line AE to the square of the line AD is equal to the ratio of nine to four. But the ratio of the square (11) of AE to the square of AD is equal to the ratio of triangle ABG to triangle AZH when

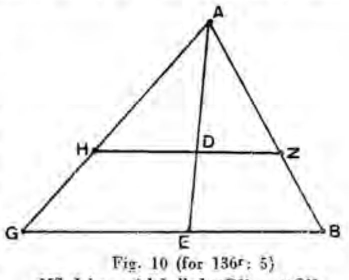


Fig. 10 (for 136r: 5)
MS *I* has mislabelled "D" as "G".

the line ZH is parallel to the line BG (12) because the two triangles ABG, AZH will be similar. Thus, the ratio of triangle ABG to triangle AZH is (13) nine to four. So, if we subtract, the ratio of the trapezoid ZBGH to triangle AZH is equal to the (14) ratio of five to four, so these two are not equal. Rather, the area of ZBGH, the trapezoid, is greater. Despite (15) this, the center of gravity of the two of them taken together is D, and (so) it is the (proper) place (16) of suspension without doubt, since triangle ABG (17) is equilateral. So, if someone thinks that when (18) the place of suspension is at the point D it (the triangle) inclines to (19) the side BG, since the area in the direction of BG, (20) *i. e.*, the trapezoid, is larger , it would be a mistake, and that is what we wanted to show. (21) Clearer than this is that if someone were to consider a piece of wood, on whose top is a piece of iron, such as an axe for example, and it were to balance (22*) parallel to the horizon by some attachment, he would see that (it does not incline) either in the direction of the iron (which) is perhaps nearly a *raṭl* or in the other direction (23) (though it be) not even an oke. He would know that experience is contradictory to the thought (he had), and (so) it will not occur to him about other objects that, the place of suspension (24) being in the direction of the larger (weight), it is necessary that there be an inclination. And it is clear that experience in what he sees is conformable to the premise (25) without doubt. So, if the matter is thus, it is certain that the premise which the ancients used about centers (26) of gravity does not need a condition or limitation relative to place, since (if) any two weights remain in whatever place they are, (27) then the ratio of weight to weight is inversely as the ratio of distance to distance with respect to the three centers of gravity, (28) I mean the center of gravity of the two of them together and the center of gravity of each of them. Now in spite of its not needing condition or limitation (29) it cannot avoid needing a little explanation, but I have already ex-

are equal, and that is what we wanted to show. (7) Then my lord, the shaykh, said that he thought about the premise used in centers of gravity, that the ratio of the weight (8) to the weight is inversely as the ratio of the distance to the distance, and that he found it in need of a condition and limitation according to (9) the place and the figure, since if these two are used unrestrictedly there befalls it (the premise), along with the lack of restriction, something that spoils it. As an example of that, he made (10) a parallelogram. So I inquired into it and his intention, and, by my life, (the fact) that the ratio of weight to weight is the ratio (11) of distance to distance inversely was a premise for the ancients, and like one of the necessary parts of knowledge (*i. e.*, "essential assumptions") in their opinion (12*) and in the opinion of those who investigated the science of centers of gravity, such as Archimedes and Euclid and other mathematicians so that (13*) it ultimately got to Thābit ibn Qurra and to this, our own time. They did not doubt it but we do not know if its validity was, in their opinion, (14*) by trial, and it was taken from the senses, as Abū Sa^cd al-ʿAlaʾ b. Sahl thought, or if there was a proof of it which has (15) vanished with the length of time, as other people think; but (whatever is the case), a premise of this description and standing (16) in their opinion, and which has now been proved, how is it possible that testing could spoil it, as my lord the shaykh thinks in (17) the matter of the two equal parallelograms ABGD, LMNS as he described it? He said that since it is necessary from (18) this premise that the center of gravity of the two planes ABGD, LMNS taken together is in the interior of the plane NLMS, as the point F, (19) and if we make on the point F a strap, and we raise by it the whole of the two planes, it does not stay parallel to the plane of the horizon but (20) inclines to the side AB. He thinks so because the area in the direction of AB is bigger than the area in the direction of (21) MN, and on account of that it occurred to him that what the premise necessitates, that the plane is parallel to the horizon and does not incline to (22) one of the sides, is then opposed to what the trial necessitates. For this (reason) he says it needs a condition and limitation. But by my life,

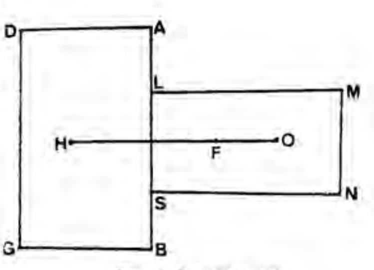


Fig. 9 (for 135ᵛ: 17)

(136ʳ:1) if (actual) test were consistent with the thought (he made) the premise would indeed be destroyed and would need a condition and limitation; (2) however, the affair is not thus, since, if he had inquired extremely closely into that and tested it according to his ability, he would have found (3) the test conformable to this premise and opposed to the thought that occurred to

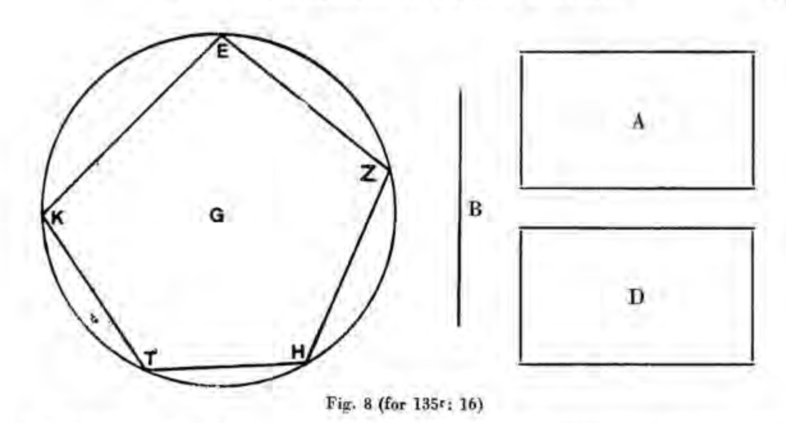


Fig. 8 (for 135r: 16)

Then in the circle G there is a regular polygon greater than the area D, as (21) Archimedes proved. Let it be the figure EZHTK. Then the ratio of the square A to the area D is greater than its ratio to the figure (22) EZHTK since the area D is less than the figure in the circle G and the ratio of the square A to the figure EZHTK (23) is as the ratio of the cylinder whose base is the square A and whose height is the line B to the cylinder whose base (24) is the figure EZHTK and whose height is the line B, since their bases are polygons. There is no disagreement about it since Euclid (25) proved that. Thus the ratio of the square A to the area D, which is equal to the ratio of the cylinder whose base is the square A and whose height (26) is B to the cylinder whose base is the circle G and whose height is B, is greater than the ratio of the cylinder whose base (27) is the square A and whose height is the line B to the cylinder whose base is the figure in the circle and whose height is B. (28) So the cylinder whose base is the figure in that circle and whose height is the line B (is greater than the cylinder whose base is the circle and whose height is the line B) and this situation is impossible, (29) since the whole is not less than the part. And if the plane D is greater than circle G then there is a polygon (135ᵛ:1) around the circle less than the plane D, as Archimedes proved, and in this case it happens that the cylinder whose base is (2) the circle G and whose height is the line B is greater than the cylinder whose base is the figure surrounding the circle and whose height is B. (3) This situation is also impossible since the part is not greater than the whole. And if the ratio of the square cylinder to the (4) circular cylinder is not equal to the ratio of its base to an area that is either greater or less than the circle that is the base of the other cylinder, (5) then it is equal to the ratio of the square to the circle. Thus, the ratio of the cylinder whose base is a square to the cylinder whose (6) base is a circle is equal to the ratio of the square to the circle when their heights

If he doubts this, then let him doubt the other, since he cannot make a distinction between them in (27*) this regard. Or, let him revert to the book by Euclid and examine the proof he gives that (28) the ratio of two circular cylinders, the one to the other, is as the ratio of the base to the base, and similarly the ratio of two square cylinders. (29) Is that proof valid for two cylinders, if one of them is circular and the other square, or not? And if (135r:1*) the shaykh had looked into that and considered it he would have found the matter to be just as we described it, since the proof of Euclid reverts to taking multiples, the first (2) and the third an equal number of times with the second and fourth. It is like his proof about parallelograms and triangles, (3*) that the ratio of one of them to the other is as the ratio of the base of the one to that of the other. In like manner, since Euclid says that (4) the ratio of cylinder to cylinder is compounded of the ratio of base to base and the ratio of height to (5) height without exception, then, if the ratio of height to height is the ratio of equality (and) if we then eliminate that ratio, there remains the ratio (6) of cylinder to cylinder as the ratio of base to base in whatever shape it is – circular or square or (7) one of them a circle and the other square, or some other figure than that. Thus, if the shaykh says that the matter is not thus, since if it were (8) as we say it is, Euclid would have mentioned it in his book by way of comment, so when Euclid says nothing about it, we know that the matter is (9) different from that. Then we say, in answer to that, that perhaps Euclid omitted a comment like this because he did not need it for his purpose (10*) even if it is allowed in the proof, as in the first theorem of the tenth book, in which he proves that when there is separated from (11) the larger of two magnitudes more than its half, and from the remaining more than its half and from the remaining more than its half, and that is done (12) continuously, then ultimately a quantity will be reached less than the smaller (of the two quantities). This very same proof allows that if there were separated from (13) the greater of two quantities its half, and from the remainder its half and (we proceed) like this continuously, then eventually a quantity would be obtained less than the smaller quantity. (14) But he did not mention that since he did not need it for his purpose, and the shaykh knows that. And if, after this, he says, "Leave all this and give (15) the proof that the ratio of a circular cylinder to a square cylinder is as the ratio of base to base," (16*) then I say, "I hear and I obey." The proof of that: If the ratio of the square cylinder, whose base (17) is the square A and whose height is the line B, to the circular cylinder, whose base is the circle G and whose height is the same line B, (18) is not as the ratio of the square A to the circle G, then let the ratio of the square cylinder to the circular cylinder be (19) as the ratio of the square A to another area, and let it be D. The area D is larger or smaller than the circle G, so let it first be smaller (20*) than the circle G, if possible.

straight line than the circumference of the circle is from it, because the parts of the circumference of the circle fit (3) on each other and the circumference of the parabola has no such property, and this circumstance separates the circumference (4) of the parabola further from the straight line than (it separates) the circumference of the circle from it. So, with greater reason, since the parabola is not of (5*) the kind of the square according to this then two are not equal. But despite this we find a segment of a parabola is equal to a square (6) by a proper proof: firstly, from the mention of Archimedes in the preface to the *Book of the Sphere and the Cylinder* that he had found it and next (7) in the proof of Thābit ibn Qurra and the proof of Ibrāhīm ibn Sinān and the proof of Abū Sa'd ibn Sahl and other (8) mathematicians who relied on proper proofs, and there is no disagreement about this among people (9) who are acquainted with the contents of the geometrical theorems. It is because of this I say that I am astonished at whomever is acquainted with the contents of the geometrical theorems. (10) As for those who know nothing of these it is no marvel, but my amazement is at their pronouncing judgement on things in contradiction to what (11) geometrical proof shows, since I see them as people who pass judgement on the theorems of Archimedes and the theorems of Apollonios and on (12) what follows from them apart from it without knowledge of these theorems on their part. As for my saying that the ratio of the circular cylinder (13) to the square cylinder is as the ratio of the base to the base when their height is the same, (14) I said this without explanation since this, in my opinion, is too clear to need an explanation. The proof: What we mean (15*) by any kind of cylinder is simply a solid that is (formed) from the product of the base of each of the two with the height of each of the two, and so if there were (16) two level, plane figures. of any shape whatever and if the ratio of one of them to the other is not known (17) in any way at all, when we give to both of them some straight line as a common height – just as we do between (18) two lines – then always the ratio of the product of one of the two (figures) by that line, i. e. one of the two cylinders, to the product of the other figure (19) by that very same line, *i. e.*, the other cylinder, is as the ratio of one of the two figures to the other. And we do not consider the shape of the base of them, (20) beyond their being level, just as we do not consider (for) the bases of the two parallelograms, if (21*) the height of the two of them is equal, the type of their ratio – if they are unknown or known, rational or irrational, or if one of them (22) is irrational and the other is rational, or more exotic that that – once they are two straight (lines), just as when it is (the case of) two plane (surfaces). And the shaykh, (23) just as he does not hesitate to accept that, in taking the common height between two straight lines, be (24) the sort of ratio between them, unknown, doubtful, or known, so he must not doubt about taking the common height (25) between two level planes when one of them is a circle and the other is a square, that this is sound, since the state of the ratio between them (26) is no worse than unknown or doubtful.

existent ratio, according to the sense in which we use it, how could it not be known between the circle and the square (8) while each of them is known. If two magnitudes known then indeed the ratio of one of them to the other (9) is, in our opinion, known – as Euclid proved in the first theorem of *The Data.* How could it not (10) be known, when we are able to find a circle equal to a circle and a square equal to a square so that, if we exchange (middle terms), (11) the ratio of the circle to the square will be as the ratio of the circle that we found to the square that we found. (12) And with respect to every two quantities there exist two quantities in the ratio of the two and so the ratio of one of them to the other is known, as Euclid mentioned, (13*) also. This sense of "known" is not from the point of view of quantity, and so because of this the chord of one degree, (14) I mean one part of the three hundred sixty parts of the circle, is known in the opinion of whoever divides the angle (15) into three equal parts since he found it (the chord), and whatever it is possible to find is, in our opinion, known. Yet, that very same chord (16) is not known according to Ptolemy and the astronomers since by "known" they mean its measure relative to the diameter and so, when (17) we find one and the same thing "known", in the opinion of some people, according to one sense, and "unknown", in the opinion of others, according to another sense, (18) then we know that "known" has two senses, and similarly "known ratio". Clearer than this is that if there were a straight line (19) postulated on which any point whatever falls then the ratio of each of the two sections to the other (20) is known, in our opinion, since each one of the two of them is known, even if we do not know if one of them relative to the other is bigger, (21) or smaller or equal. But according to them what is like this is not known since by "known" they mean the measure of the thing (22) and by "known ratio" the measure of one of the two of them relative to the other, as we said. So, the matter being thus, it is clear that if I had (23) said that the ratio of the circular cylinder to the square cylinder is known in this sense, or (that) the ratio (24) of the circle to the square is known, it would (still) have been permissible; but, I avoided saying that so there would be no uncertainty and no (25) ambiguity regarding "known", which has two senses – as if I understood what would come to the mind of (some) people about this. (26*) I did not use that (expression) since I did not need to use it in the proof I gave that the straight line (27) is equal to the curved line and the area of the circle to the area of the square. And when the matter is thus, (28) it is desirable that the shaykh please examine that theorem once more and ponder it more since I am astonished at people (29) who claim that the area of a circle is not permitted to be equal to the area of a square, and that there is no ratio between the two of them, and who say (so) since the circumference

(134^v:1) of the circle is curved and not of the kind of the circumference of the square, and especially at whomever knows the contents of the geometrical theorems, (2*) since the circumference of the parabola is further from the

to that theorem which I wrote to (13) the shaykh and examined it, but no mention of "known" was in it at all, in any way, and I did not say (14) in it that between the circular and square cylinders there is a known ratio, nor between (15) the circle and the square. I said nothing I do not have need of and I am astonished at his mention of it; although, (16) had I said it, it would have been permissible according to our companions, since we say of a certain magnitude that it is known when it is possible to find an equal to it, (17) and of two magnitudes that the ratio of one of them to the other is known when we are able to find two magnitudes in the ratio of the two, (18) whether they be two lines or two planes, although we may not know whether one of them is greater than, less, than, or equal to the other. For (19*) we do not mean by this aspect of "known" the amount of a thing, nor by "known ratio" the measure (20) of one of them as compared with the other, which is what the algebraists mean by "known ratio" in number and (21) computation and the astronomers (mean) in chords and sines – the amount of one of them as compared with the other. The ratio that they maintain (22) between the circle and the square, that it is not known or it is known, they mean "known" only from the aspect (23) of quantity since they maintain that between the circle and the square there is no equality and no ratio, since (24*) they are not of the same kind, according to their claim. And we say to them "Why is it not permissible for there to be a ratio between them, just as there is between (25) the spherical surface and the cylindrical surface and between the conical surface and the plane surface (26) a ratio of likeness, and (similarly for) others than these, as Archimedes proved in *The Book of the Sphere and Cylinder*, while the difference (27) between these surfaces is most certainly greater than the difference between the two plane surfaces, one of which is a square (28) and the other a circle? And if, in spite of this, the square is not of the kind of the circle according to your claim then it is necessary that none (29) of these surfaces which we mentioned is of the kind of the other and there is no proportionality between them, and yet

(134r:1) between them there is a proportionality and an equality. Archimedes has proved that, so why is it not permitted that there be between the circle (2) and the square something like that, even though they are not of the same kind according to your claim, (where) we mean by "known ratio" a quantitative ratio? (3) Thus they cannot mean by their doctrine that there is no ratio (of any kind) between these two since they are not both of the same kind, and that if there were (4) it would be found, (for then it would be) as if they do not understand our doctrine, or they doubt Archimedes' proof, or they believe that every ratio (5) that exists between two magnitudes can be found. If they believe that, how ridiculous! Thus it is clear that they intend their statement that the ratio (6) of the square to the circle is not known (to be taken in the sense of) quantitative ratio, not an existent ratio – just as we said. As for (7) the

and the angle ABD is known so the triangle (16*) ABD is known in form. Thus, the angle D is known, and we may produce from G the line GT at an angle equal (17) to the angle D so that the position of the line GT (18) is known. Then we produce from the center E a perpendicular (19) onto the line TG, namely EH, so it will be (20) known in position and it will be terminated at the point (21) Z, so the point Z is known. (22) This proof is more general since it accomplishes both cases (23) together. A third case: If the line AB is not tangent to the circle, but rather disjoint from it (24) and the line BD either passes through the center or does not pass throught it, but, it does bound with the line AB a known angle, (25) namely angle B, then how will we find the tangent line, namely AZD in accordance with the known ratio? A fourth case: (26) If the line AB is a secant of the circle and the line BD either passes through the center or does not pass through it, but it bounds with the line AB (27) a known angle, namely angle B, how will we find the tangent line, namely the line AZD, according to the known ratio? (28) He will have the goodness to show me the way to the derivation of these two cases, God willing, for it is difficult for me. (29) The letter has ended and praise to God, Lord of the Worlds.

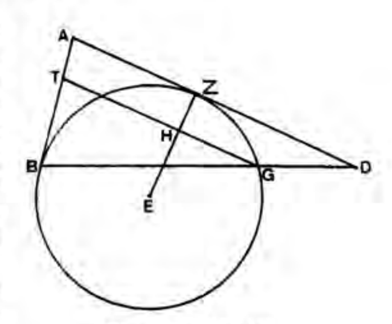


Fig. 7 (for 133r: 12)

(133v:1) The answer of Abū Sahl al-Qūhī (*sic*) concerning the writing of Abū Isḥāq al-Ṣābī (2).The writing of my excellent lord the shaykh arrived answering my two writings, the one, in which was the premier theorem of (3) one of the chapters of centers of gravity, and mention of the two cylinders, the circle and the square, (4) and the other, in which was mention of the discovery of particulars of matters of centers of gravity, and the description of the way to the discovery of the ratio of the diameter (5) to the circumference. I rejoiced first of all at his good health that it showed, and I praised God for it and asked Him for its continuance (6) and the increase in it. In it he wrote he doubted the premises that I used were sound, that (7) the ratio of the circular cylinder to the square cylinder is known, it being necessary for that, that (8) the ratio of the base of one of them, a circle, to the base of the other, a square, is known. He said, "By my life, the ratio of (9) cylinder to cylinder is as base to base if the heights are equal but (10) that is true only of cylinders of the same kind, *i. e.* that are both circular or both square. As for the circular (11) and square, the ratio between these two is unknown." I understood that and know that doubt (12) in the right place is better than certainty in the wrong place, and I returned

precedes them, in order that I might share his certainty as well as the elimination of doubts (21) and the objections of the adversaries. I hope that he will be so good and comply with my wishes for that, one-by-one, (by) the excellence of his grace, and (22) his benefit to me will be complete. Thus he knows, may God support him, that these things are magnificent and of great significance, and when (23) the geometers hear of them they will wonder and desire to know the true state of affairs. Confidence in these things will not come about except with (24) the security of the premises from doubts and objections, and so for this reason I ask that he send them to me, (25*) in order, from beginning to end. A problem was presented to me, may God support the shaykh (who presented it), divided into cases, (26) some of which he elucidated and others of which he did not, and I will explain them so that he may consider them and make me learn the way to the derivation (27) of the remainder of the cases and send his views on it. May God not deprive me of his existence and benefit from him. (28) The circle BG is assumed and a line BA tangent to it at B and the line BGD is its diameter and the point E (29) its center and we want to find a line tangent to it, termintated at the two lines AB, BD as the line AZD, so that the ratio

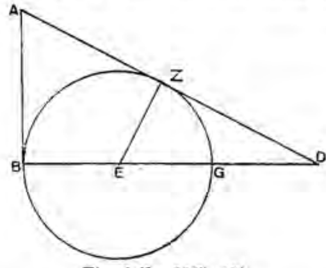


Fig. 6 (for 132v: 28)

(133r:1*) of AZ to ZD is as a known ratio. The analysis: Since the ratio of AZ to ZD (2*) is known the ratio AD:ZD is known by composition. But it is as the ratio of the product of AD by DZ to the square (3) of ZD, so that the ratio of the product of AD by DZ to the square of ZD is known. We draw ZE, so the angle Z is right, and similarly (4) the angle B is right, so that the points A,Z,E,B are on the circumference of a circle. Thus, the product of BD by DE is equal to the product of AD by DZ and so the ratio of the product of BD by DE to the square of ZD is known. Also (5) the square of ZD is equal to the product of BD by DG, so the ratio (6) of the product of BD by DE to the product of BD by (7) DG is known, and it is as the ratio of DE to (8) DG since BD is a common height. Thus, (9) *separando*, the ratio of EG to GD is known, (10) and EG is known, since it is half (11) of the diameter, and so the line GD is known. Thus the point D is known and hence the position of the line DZA is known. (12) Another case: If the line BD is not a diameter for the circle, (but) rather it is a chord in it that bounds, along with the tangent line AB, (13) a known angle, namely the angle ABD, and we desire that the ratio of AZ to ZD is as a known ratio, (14) then, by analysis, the ratio of AZ to ZD is known (so), when we compose, the ratio of DA to AZ will be known. (15) But AZ is equal to AB, since they are both tangents, (and so the ratio of) DA to AB is known,

the sum of the two planes, it will not happen that the two are parallel to the plane of the horizon. (27) Rather, the side that is near the line AB is heavier than the side that is near the line NS, and the figures and positions are (28) considerably at variance. So how (can we find) the way to guard against that, and is the use of this premise permitted (29) unrestrictedly with the variance that has appeared in it? He will be so good as to inform me what he thinks about that, God willing.

(132^v:1) There came to me some of his news about his trip to Wāsiṭ, so that I was much delighted, and I told myself that he (2) would come to Baghdād so that I will enjoy the sight of him and meeting with him and the benefit from him and conferring with him about these matters (3) and others in person. And when the victorious army arrived I asked Abū Shujāᶜ Shahribān ibn Sirkhāb (4) and he informed me of his (Abū Sahl's) return to Basra and he explained to me about his affairs and the affairs of the *Qāḍī* Abū ᶜAlī Rībās ibn Barnās, (5) which reassured me except for a feeling of desolation at postponing the meeting, and the difficulty of its realization is still lingering as it was. God will protect both of them, (6*) near and far, with His mercy. When I had finished my writing up to this place, his composition came to me from (7) Abū-l Mufaḍḍal al-Anṣārī. I understood it and was reassured by his health that it showed. I praised God for it (8) and asked Him for its continuance and its increase. I studied the discovery he mentioned he had deduced of the center of gravity (9) of the triangle and its solid the cone, and the discovery of the center of the parabola and its solid and the discovery of the center (10) (of gravity) of the semicircle and its solid, the hemisphere, and I marvelled greatly at it and at the matter that appeared in it, (11) like something natural in the necessity of that succession and arrangement that he explained and showed. And my excitement doubled (12) at the magnificent gift in it, and by God, he never saw the like of himself and we cannot hope to see his like. It pains (13) me that the (present) time and its people do not give him his due. Who will grant to me that some town will bring him and me together in the remainder of my life, (14) so that I might occupy my time with him and with benefit from him? Then I attended to all he mentioned about the discovery (15) of the center of gravity of a section of the circumference of a circle and the proof that the ratio of every arc to its chord is as the ratio of half (16) the diameter of the circle in which it is to the line joining the center of the circle and the center of gravity of that arc, and the discovery (17) of the ratio between the diameter of the circle and its circumference, that it (the ratio) is as the ratio of a number to a number, I mean the ratio of nine (18) to twenty eight. This is astonishing, but more astonishing is the difference between it and what Archimedes sets forth, and (19) he (Abū Sahl) has mentioned that there are fundamental principles and premises for all that, on which he built. For this reason I am greatly in suspense (20) that I might know their consequences and what

place of doubt such as appeared to me in the matter of the ratio between the circular cylinder and (3) the square cylinder. The shaykh assumed the detailing of that to a great extent in the first chapter, then the second, then the third, one- (4*) by-one until the end of the book. I considered the premise used for the centers of gravity, that the ratio of weight (5) to weight is as the ratio of distance to distance inversely, and I found it in need of some condition or limitation depending on the position (6*) and the shape, since, if it is used unrestrictedly, there appears in it, with the generality, something that spoils it. An example of that: If we (7) lay down two planes ABGD, GDEZ, equal to each other and having right angles, and if AB is greater than AE and AG the equal of GE and the side (8) GD common to the two of them, and (if) the center of gravity of the plane ABGD is the point H and the center of gravity of GDEZ the point T (9) and if we want the center of gravity of the sum of these two planes, *i. e.* ABEZ, then if we join the two points H, T (10) with a straight line, which is TH, and we divide it into two halves so that the division falls on the point K, which (11) is on the middle of the line GD, then the point K will be the center of gravity for the sum of the two planes. That is because (12) the division of the distance between the two centers at its half is in the ratio of equality and the compensation and the non-compensation are one. Then, if (13) we fix the plane ABGD in its place and remove the plane GDEZ from its place and we put it in the place (14) of the plane LMNS, on the condition that the line LN is (15) the equal of the line GD and the line LM the equal of the line GE (16) and the line LK the equal of the line KM, and the point O (17) is the center of gravity of the plane LMNS, then we seek (18) the center of gravity of the sum of the two planes ABGD, LMNS (19) it is necessary that we extend the line HKT to the point O. (20) Then we divide the line HO into two halves at the point (21) F, so the point F will be the center of gravity of the sum of the two of them according to what the premise necessitates. But the point K was already the center (22) of gravity of the sum of the two of them, and so the two centers differ along with the difference of the two places whereas the two weights did not change from (23) their state of equality. So if we require that the center of gravity of the two of them is the first point, K, (24) then the point K is not on the middle of the distance HO and in that it violates the premise; but, if we require that (25) the center of gravity of the two planes ABGD, LMNS is the point F, which is half the distance HO, then we imagine (26) that we put on the point F an attachment and by it we raise

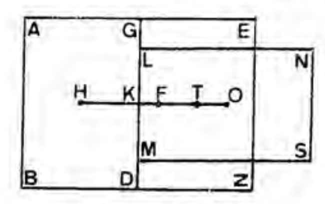


Fig. 5 (for 132r: 7)
We have followed C in the relative positions of the letters on line HO.

that most of my research in this matter is but to bring (4) me near to him, and so much as he reads me (my works) and is pleased with me so will my activity be in that. If we do not seek to please (5) him in that (matter) in this age of ours whom will we seek to please, and if we do not glory in him then in whom will we glory, and whom, in this time of ours, (6) do we and our scientific colleagues have in this science other than him, and who except him knows the (same) amount of this science? (7) Surely God will prolong his life and will continue his grace. May He not deprive me of him, (in) His grace and His Mercy. (8) End of the epistle and much praise to God and prayers (9) on the Chosen Muḥammmad and his family, the good (?). (10) In the name of God the Merciful, the Compassionate, I rely on God (11) The letter of Al-Ṣābī to Abū Sahl al-Kūhī, of whom he asks the view concerning doubts that occurred to him about what he derived. May God the Exalted have mercy on both. (12) My writing. May God lengthen the duration (of life) of the shaykh. As for (my) health, may God be praised, the Lord of the Universe. The writing of the shaykh arrived some time (13) ago, including the theorem which he made about the discovery of a straight line equal to the circumference of a circle and the existence (14) of a rectilineal area equal to the area of a circle, and according to it he made his position, and I approved (15) the method he followed except I doubted the premise that he used was sound, namely that the ratio (16*) of the circular cylinder to the square cylinder is known. For that it is necessary that the ratio (17) of its base, a circle, to its base, a square, is known, and by my life the ratio of the cylinder (18) to the cylinder is as the ratio of the base to the base if the two heights are equal, but (19) that concerns two cylinders of one kind, I mean if the two are both circular or both square, so that if (one) is circular and (the other) is square (20) the ratio between the two of them is unknown. Thus, if the shaykh has a proof of this that has already preceded, or a basic principle on which he has built, he will be so good (21) as to present it to me and benefit me by it. Indeed my heart is much in suspense over this matter since, may God support him, he knows that the ancient (22) geometers died while in their hearts was despair of discovering what he discovered, but (it was) impossible (for them). It is with his superiority and his high (23) rank that he found what they did not find. Also, my heart is in suspense over the knowledge of the things that he derived about centers (24*) of gravity. Without doubt they are wonderful, since we did not obtain a complete book on this science, I mean centers of gravity, (25) nor was there done any satisfactory work by one of the ancients or one of the moderns. In my opinion it is in the rank of a separate art, which (26) needs to have a book of basic principles. But what I prefer is to dwell on what he deduced one-by-one and chapter-

(132ʳ:1) by-chapter and step-by-step until there comes to me knowledge of the basic principles on which it is built and there remains (2) in myself no

product of the arc BG by the line DE is equal (5) to the square of the line BD. Furthermore, since the ratio of the line ZD to the line DB is as the ratio of three to two, the ratio (6) of the square of the line ZD to the square of the line DB is as the ratio of nine to four. Also, the square of BD is equal to the product (7) of the arc BG by the line DE, and (so) the ratio of the square of ZD to the product of the arc BG by the line DE is as the ratio of 9 (8) to 4. Further, the ratio of the product of the arc BG by the line DE to the product of the arc BG by the line ZD is as the ratio (9) of four to nine and a third since the two of them are in the ratio of three to seven, and *ex aequali* the ratio (10) of the square of the line ZD to the product of the arc BG (11) by the line ZD will be as the ratio of nine to nine (12) and a third, and the ratio of the product of the arc BG (13) by the line ZD to the product of the arc ZT by (14) the line ZD is as the ratio of the arc BG to (15) the arc ZT since the line ZD is a common altitude to the two of them. Also the ratio of the arc BG to the arc ZT is as the ratio (16) of the line BD to the line ZD since the two arcs BG, ZT are similar and D is the center of the circle. Further, the ratio of the line BD (17) to the line DZ is as the ratio of two to three, so the ratio of the product of the arc BG by the line ZD to the arc ZT (18) by the line DZ is as the ratio of two to three, which is as the ratio of nine and a third to fourteen. *Ex aequali* (19) the ratio of the square of the line ZD to the product of the line ZD by the arc ZT will be as the ratio of the line ZD to (20) the arc ZT and so the ratio of the line ZD to the arc ZT is as the ratio of nine to fourteen and the ratio of twice (21) the arc ZT, the arc HZT, to twice DZ, the line HT, is as nine to fourteen. (22) But the line HT is the diameter of the circle and the arc HZT is half its circumference, so the ratio of the diameter to the whole circumference (23) is as the ratio of nine to twenty-eight, and it is as the ratio of a number to a number. So the circumference turns out (24*) to be three likenesses of the diameter and a ninth. Thus, when that occurred to us we looked into the work of Archimedes in which he says that (25) the circumference of the circle is less than three likenesses of its diameter and ten parts of seventy parts, I mean (26) the seventh, and this is conformable to our dictum, not contradictory to it, since the ninth is less than the seventh without doubt. However, (27) he also says in it that it (the circumference) is greater than three likenesses and ten parts of seventy-one parts, and this (28) is not conformable unless he says ninety-one parts in place of seventy-one parts so that it is conformable. (29) And according to us it is no more (serious) than that. We do not suspect any of the ancients (of being anything) but beautiful and good, so how much more Archimedes, (131^v:1) the leader in that. If the shaykh is eager to examine the proof of these theorems, which I said are premises (2) for this theorem, before my meeting with him, let him write with what he wants of them, in order that I might separate it off from the chapters along with their premises (3) and I will send it to him and will take great pride in his examining it. God knows

theorem since that straight line (15) is always equal to an arc of the circumference of the circle. This is a wonderful thing that has not been mentioned. The example of that. (16) If the arc AEB is part of the circumference of the circle whose (17) centre is G and whose radius is GE, (18) and the center of gravity of the arc AEB is the point D, (19) I say that the ratio of the arc AEB to its chord (20) AB is always equal to the ratio of the radius, (21) EG, of the circle to the line GD, and it is between the center of the circle and the center of gravity of the arc AEB, (22) *i. e.*, the point D, and I proved that the straight line GD is always equal to a curved line from the circumference (23) of the circle. All of these things are from the totality of the theorems of the *Book of Centres of Gravity*. As for the ratio of the diameter to the circumference (24) (being) equal to the ratio of a number to a number it is not part of it (the totality), but when these facts from (the science of) the centers of gravity occurred to us (25) we looked into the matter of the diameter (compared) with the circumference and we postulated the semicircle ABG of the circle whose (26) center is D, and the line DB perpendicular to the diameter AG, and the point E, the center of gravity of the arc ABG, and we knew (27) that the ratio of the arc ABG to the line AG, its chord, is equal to the ratio of the radius of the circle, the line (28) BD, to the line DE, since we proved that concerning every section of the circumference of a circle so particularly for the semicircle. (29) Then we made the ratio of the line DZ to the line DB equal to the ratio of three to two and we drew about the centre D and with distance

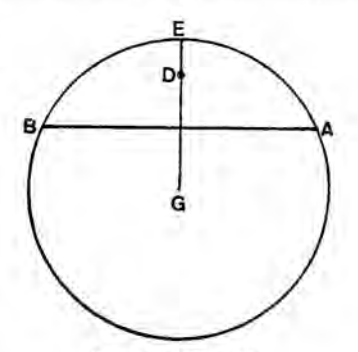


Fig. 3 (for 130v: 16)

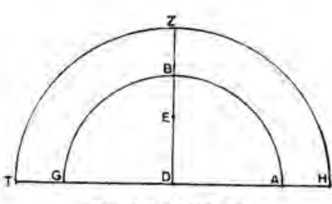


Fig. 4 (for 130v: 25)

(131r:1) DZ the circle HZT so that the point E is the center of gravity of the surface of the semicircle HZT also, as we said. (2*) Since the ratio of the line BD to the line DE is equal to the ratio of the arc ABG to the line AG it is equal to the ratio of half (3) the arc ABG, the arc BG, to half the line AG, the line BD, since the point D is the center of the circle, and the ratio (4) of the arc GB to the line BD is equal to the ratio of the line BD to the line DE. Thus the

to (21) the ratio of one to four (parts) (22) of the diameter, and of the paraboloid (23) according to the ratio of two (24) to six, and of the (hemi) sphere according to the ratio of three to eight. Now the planar (figures). As for the center of gravity (25) of the triangle (it occurs) according to the ratio of one to three, and of the parabola according to the ratio of two to five. (26) and of the semicircle according to the ratio of three to seven. And this is a chart for htat.

(27*)	Center of gravity:	
	of the triangle according to one of three	(1 of 3)
	and of the cone according to one of four	(1 of 4)
(28)	and of the parabola according to two of five	(2 of 5)
	and of the paraboloid according to two of six	2 of 6
(29)	and of the semicircle according to three of seven	3 of 7
	and of the hemisphere according to three of eight	3 of 8

(130ᵛ:1) (1) This is the natural sequence in which we found the centers of gravity and we were amazed at the occurrence of this arrangement. Next, (2) one theorem is a premise for the discovery of the center of gravity of a section of the circumference of the circle, and it has premises also. And it (the first-mentioned theorem) is that (3) if there are two sectors of two concentric circles, and the ratio of the radius of one of the two to (4) the radius of the other is the ratio of 3 to 2, and they are similar (sectors), then the center of gravity of the arc of the (5) smaller of the two and the center of gravity of the surface of the larger of the two is one. An example of that. If the point E is the center of two circles (6) AB,GD and the line EBD is straight, (7) and similarly the line EAG, and the ratio of the line GE (8) to the line EA is equal to the ratio of three to two (9) and the center of gravity of the arc AB is the point Z then the point Z is the center of gravity of the surface GED, the sector, also. (10) I proved that in the chapter whose (11) premier theorem I sent in (12) the writing which I wrote before that. In that chapter is also another theorem and it is the proof that the ratio (13) of every arc to its chord in the circle is equal to the ratio of the radius of that circle to the line between (14*) the center of the circle and the center of gravity of the arc, and it is a good (and) very remarkable

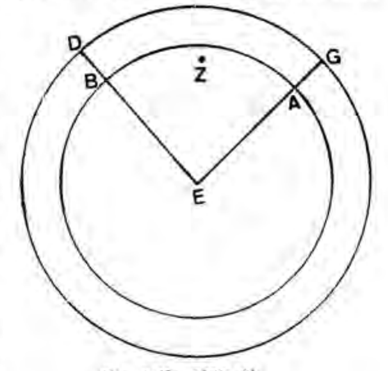


Fig. 2 (for 130ᵛ: 5)

are of the sort of those figures which he derived and started with, and that is his own investigation (28) into the chords of the arcs of the circle just as Apollonius looked into the straight line in *The Determinate Ratio.* (29) For this reason I simply must meet with him (Abū Isḥāq) and get his opinion and his help in the completion of these

[1] (130ʳ:1) theorems, and I hope that the meeting will be soon, God willing. However, if the shaykh wants that before (2) the meeting and he simply must have it, then I must have those theorems which he has and I do not in order that I might look into them for the relatioship (3) of their arrangement and their method since they are (the right ones) for my business with the theorems of the centers of gravity. As for the centers of gravity, (4) there remains of them a slight thing until six consecutive chapters are finished, four of them which I have done here (5) in Basra and two there in Baghdad. Then there will be done after that, God the Exalted willing, a chapter in which there are problems about centers (6) of gravity and it will be the best of the chapters and biggest of them. Next chapters will be appended to this chapter about the matters of the centers (7*) of gravities, three or four (chapters about) liquid and non-liquid bodies. After all this (introductory detail I turn to) the first of these chapters, (8) God willing. As for the four chapters which I did here. all of them point to (9) an arrangement of deeds of the Creator, to Whom belong might and majesty, like the things that are in Archimedes' *Sphere and Cylinder.* Are we not (10) astonished at the occurrence of the sphere's happening (to be) two thirds of the cylinder according to what he described and proved, and at the paraboloid, (11) that it is its (the cylinder's) half as Thābit ibn Qurra proved, and at the cone that it is its third as the ancients made plain? (12) And so we found in the matters of centers of gravity an arrangement more wonderful than that. Among them (our discoveries) is that if we rotate (13) the semicircle ABG, whose center is D, along with the parabola whose axis is BD, and along with the rectilineal triangle ABG (14) around the line BD perpendicular to the line AG, so that there results from the rotation of the semicircle (15) a hemisphere and from the parabola the paraboloid and from the triangle a cone, then (16) the cone is a solid for the triangle as the paraboloid is for the parabola and the hemisphere for the semicircle. (17) We found the arrangement for these solids, as regards centers of gravity, more wonderful than the corresponding arrangement for measurement. As for the centers (18) of gravity of these solids, (19) the center of gravity of the solid of the triangle, (20) I mean the cone, falls according

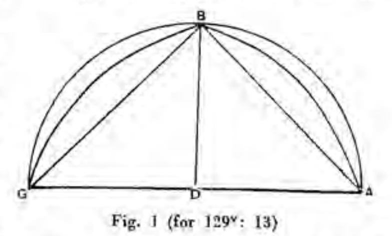


Fig. 1 (for 129ᵛ: 13)

1 *Small letter because it is a continuation of the previous sentence. We left it thus for the simplicity of printing. And this form is used throught the article.*

letter, may God extend the duration (of the life) of my lord the excellent shaykh, (composed) Sunday, the eighth of Ṣafar, is from a state of health, for which I praise (4) God and ask its like for him. The writing of my lord the shaykh reached me a long time ago (5) with the praiseworthy, sound investigation, which is his wont, and I wrote a reply to it in which I asked things to which (6) I am still awaiting an answer, and there was nothing from him about that until now. The length of time since he last wrote fills me with worry (7) as does the interruption of that praiseworthy subject matter, so I wrote this letter seeking to know his news, may God make it good, (8) and asking that he complete those things. Among them, may God support him, he mentioned to me in the writing that came from him his discovery (9*) of the centre of gravity of a segment of the circumference of a circle, and that he found the proof that the ratio of the diameter to the circumference equals the ratio (10) of a number to a number, and other results of his, and I asked him, may God not deprive science and scholars of him, (11) that he present me with the whole of his discoveries, especially that the ratio of the diameter to the circumference equals the ratio of a number to (12) a number, for it is a thing I myself was striving mightily to know and to use. And I reminded him of what (13) he promised me namely that he will complete his book about centers of gravity and will (send) a copy of it to me, (14*) and the remaining theorems of the second book of the treatise of Apollonios on the *Cutting-off of a Determinate Ratio*. (15) I am returning to and repeating the questions about all of that, and if he will be so gracious to me, may God support him, as to send it to me, either all together (16) or singly, according to his convenience, along with mention of his news and his circumstances and the course of his affairs and the obstacles of his (17) necessities and whether he intends to return to the City of Peace (Baghdad), so that we may feed on hope and busy ourselves with wishes, then (18) God knows my longing for his opinion and my lonliness because of his separation (from me). My lord the shaykh has power over what he sees (19) and he will grant it (my request) in that (matter), God the Exalted willing. (20) Copy of the answer from the shaykh Abū Sahl al-Kūhī (21) the letter of my lord the excellent shaykh arrived and I understood it. I was reassured by his health and I praised God for it, (22) and what was mentioned of the book of centers of gravity, the discovery of the center (of gravity) (23) of a sector of a circle, the ratio of the diameter to the circumference (being) equal to the ratio of a number to a number, and the remainder of the theorems of *The Determinate Ratio* of Apollonios. (24) As for my view, singly, about the remainder of the theorems of *The Determinate Ratio*, my opinion is that there does not follow from it what we want (25) and it is not complete except with him and with his help, and its aspect is like what was in the theorems that originated with him and with his help. (26*) I also thought of something else, namely, that in the beginning of the second book of this treatise there are three or (27) four circular figures, and I think that they

Third Letter: (Extant, the first of the present correspondence.) This is written by Abū Isḥāq to express his worry at the interruption in the correspondence and to repeat the requests of the previous letter.

Fourth Letter: (Extant, the second letter of the present correspondence.) Abū Sahl writes to Abū Isḥāq and says they must meet soon to discuss the theorems in *The Determinate Section*. He refers to a book he has written on centers of gravity, of which he has completed six chapters and plans to write four or five more. He introduces his chart on centers of gravity and states two theorems dealing with centers of gravity of sectors and arcs of circles. Finally, he uses the chart and the above results to show that π has the value 28/9.

Fifth Letter: (Extant, the third of the correspondence.) From Abū Isḥāq to Abū Sahl, in which he says he does not believe the ratio of a circular cylinder to a square cylinder of the same height is known. Further, he constructs what he believes is a counter-example to the unrestricted validity of the law of the lever. After praising the lovely relationships revealed in Abū Sahl's chart of centers of gravity, he attacks the value of π Abū Sahl derives and cites its inconsistency with the lower bound established by Archimedes. Finally, he states a problem concerning a given circle cut by at least one side of a given angle.

Sixth Letter: (Extant, the fourth of the present correspondence.) From Abū Sahl to Abū Isḥāq, in which he discusses the various senses of the word "known" as it applies to ratio as well as the question of when two magnitudes are of the same kind. He concludes with a proof that the ratio of two cylinders, of the same height, whatever level planes be their bases, is as the ratio of these bases. Next, Abū Sahl exposes the error in Abū Isḥāq's counterexample to the law of the lever, and he shows that not every line through the center of gravity of a triangle, for example, divides it into two parts having equal areas. In the following discussion, Abū Sahl emphasizes that he has given a proof of the law of the lever, and he distinguishes between "generally accepted" and "necessary" premises. Then he turns to his chart and admits that, although he has proved only five of the six entries, the beautiful pattern of the chart gives him confidence that the sixth – on the location of the center of gravity of a semicircle – will turn out to be as true as the others. As for the discrepancy between the value for π obtained from this result and the bounds established by Archimedes, he argues that the style of argument in *Measurement of the Circle*, with its use of approximative methods, is quite unlike that of any other known work of Archimedes, and thus the work is not genuine. Finally, the letter ends with the construction that solves Abū Isḥāq's problem and a proof of the validity of this construction.

II. Translation

(129^v:1) In the name of God, the Merciful, the Compassionate. I ask him for help. (2) The letter of Abū Isḥāq al-Ṣābī to Abū Sahl al-Kūhī (3) My

letters in the text referring to points in the diagrams, since they reveal that D is wrong whenever C is wrong. In addition, D contains errors of its own, for example, the "slip of the eye" of the scribe of D on 131^r: 11, 12 in passing from one *fī* to the next and so omitting these two lines. The foregoing are grounds for believing that D is a copy of C. However, the fact that all MSS omit a phrase in 135^r: 28 and all have the incorrect ZT (clearly pointed) for DT in 139^v: 7 suggests all three ultimately derive from the same copy of the correspondence.

In the translation parentheses enclose words we have supplied, either to amplify the text when it appears to be elliptical or to enclose translations not of the text but of what we feel the text must have been when Abū Sahl or Abū Isḥāq wrote it. Parentheses also enclose references to figures in the manuscripts, and these figures are copied as nearly as possible from AS 4832. They are essentially the same as those in the Cairo MS, while the Damascus MS has only blank spaces where figures ought to be.

In transliterating the letters denoting points in geometrical diagrams we have followed the system of Kennedy and Hermelink (17), as far as it goes (to *shīn* in the abjad order), which we complete as follows:

ت = t   ض = d
ث = θ   ظ = z
خ = k   غ = Γ
ذ = Δ

This represents a slight modification of a system proposed by A. I. Sabra incorporating suggestions of Y. Dold Samplonius and J. Hogendijk (private correspondence from J. Hogendijk).

The Correspondence in Outline

Since the correspondence occupies over 20 folio pages and ranges over a large number of topics the reader may find the following brief overview of the correspondance and its contents useful.

First Letter: (Not extant) From Abū Sahl to Abū Isḥāq. This letter states Abū Sahl's results on the center of gravity of an arc of a circle and announces the rationality of π . Abū Sahl promises to send a copy of his book on centers of gravity as well as the "remaining theorems" of Apollonios' *The Determinate Section, Book II*.

Second Letter: (Not extant) From Abū Isḥāq to Abū Sahl. This letter requests details on the subjects Abū Sahl has mentioned in the previous letter, especially about the value of π .

Some time passes and Abū Sahl does not reply. This prompts Abū Isḥāq to write again.

knew, and it contains an extended discussion of a difficult geometrical problem not previously encountered in the literature.

For these reasons we think it worthwhile to present an English translation of the entire correspondence, accompanied by an edition of the (text based on the three extant manuscripts. Our translation is followed by a series of commentaries, including a short study of the metamathematical issues discussed and a final commentary on the geometrical problem referred to above.

Our previous study was based on a copy of the Istanbul MS. AS 4832 supplied to us through the kindness of A. I. Sabra. Subsequently, D. King sent a copy of the same correspondence found in Cairo, and the authorities of the Ẓāhirīya Library of Damascus provided a copy of the remaining version of the correspondence.

We employ the following sigla for our discussion of the three MSS. on which our edition is based (dates as in Sezgin (30), V, pp. 320, 402):

(*I*) : MS Ayasofya 4832, 129ᵛ – 140ʳ (5th Cent. Hijra = 11th C. A. D.)

(*C*) : MS Cairo Dār al-Kutub, rīyāḍ. 40m, 209ᵛ – 221ᵛ
(from 12th Cent. Hijra = 17th C. A. D.)

(*D*) : MS Damascus, Ẓāhirīya, 5648, 196ᵛ – 214ᵛ
(from 14th Cent. Hijra = 20th C. A. D.)

Both *C* and *D* are written in neat hands and are carefully pointed; however, *D* has no diagrams and its scribe has left out phrases and even whole lines in several places. Though not so carefully pointed, *I* has a complete text with all diagrams and about the same number of scribal errors as *C*. Thus, we have referred our translation to *I* and have used the notation (X$^{r/v}$: Y) to denote line Y of folio X, side 1 (r) or 2 (v), whereas, (Y) alone refers to line Y of a folio already mentioned. An asterisk following Y refers to the General Commentary, Sec. V, and we have included in the text parenthetical references of the form (*I* 130ᵛ), for example, to indicate where the various folios of the source manuscripts begin. Three orthographic differences between the text of *I* and those of *C* and *D* are that in *I* "Aristotle" is أرسطاطالس , while in *C* and *D* it is أرسطاطاليس , in *I* the name "Euclid" is أقليدس while in *D* and *C* it is أوقليدس , and *D* and *C* always write القوهي for *I*'s الكوهي (although *I* once spells it with a qāf). The closeness of *C* and *D* in matters of detail is well-illustrated by both referring to the area NLMS on 135ᵛ: 18 of *I* as the area LMNS. Another example is a series of pious phrases, identical in *C* and *D* at the end of letters, but which do not appears in *I*. On the other hand, there are enough places in the mathematical parts where the scribes of *C* and *D* have correctly written something that is erroneous in *I* to establish that *I* was not the source of *C* or *D*. In addition, only in *I* are letters referring to points in geometrical diagrams written with bars over them. We have not listed common orthographic variants, such as ثلاثة vs. ثلثة ; however, we have recorded variations in

The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Isḥāq al-Ṣābī: A translation with Commentaries

J. L. BERGGREN*

I. INTRODUCTION:

In 1979 J. Sesiano and the present author independently presented studies of a portion of the correspondence between Abū Sahl al-Kūhī and Abū Isḥāq al-Ṣābī, (see (29) and (6)). Abū Sahl, who enjoyed the patronage of the two Būyid rulers ᶜAḍud al-Dawla and his son Sharaf al-Dawla, was famed as a mathematician, astronomer and one skilled in the craft of observational instruments (see Qifṭī (25, pp. 351-354). In 359 A. H. (969/70 A. D.) he assisted in observations of the sun at Shīrāz and by 378 A. H. (988/989 A.D.) he was sufficiently respected to be put in charge of the observations ordered by Sharaf al-Dawla in Baghdād. These observations must have been regarded as being of some importance, for Abū Sahl had them witnessed (and the record signed) by a group of people including two *qāḍīs* (judges), the celebrated astronomers Abū Ḥāmid al-Ṣaghānī and Abū'l-Wafā' al-Būzjānī, and his correspondent Abū Isḥāq al-Ṣābī. Abū Isḥāq was a high official under the Būyid rulers Muᶜizz and ᶜIzz al-Dawla but then fell into the disfavor of ᶜAḍud al-Dawla, only to be freed from prison by ᶜAḍud's son Sharaf al-Dawla. He lived but six years after the observations he witnessed in 378 since, according to *E. I.* (19), he died in 384 (994). The two letters in the present correspondence are the only writings on mathematics attributed to him, and he seems to have been an enthusiastic amateur whose many official duties left him little leisure for a pastime he much enjoyed.

The studies mentioned in the previous paragraph dealt with but two of the many topics discussed in this correspondence, namely the barycentric theorems Abū Sahl had proved and, on the basis of one he had conjectured, his unfortunate proof that the ratio of the circumference to the diameter of a circle is equal to 28/9. (In the remainder of the paper we shall refer to this ratio as π, though this symbol was foreign to medieval mathematics) . We shall not repeat the contents of those studies here; however, the correspondence offers us a chance to read the mail of two important figures of the late 4th Hijra Century, (10th c. A. D.) whose spirited discussion of mathematical issues, conducted with elaborate politeness, reveals much about the attitudes of an important mathematician and an interested layman of that time. In addition, it tells us more about the travels of Abū Sahl and the people he

* Department of Mathematics, Simon Fraser University, Burnaby, B. C. V5A 156

APPENDIX A

The Arabic text of al-Bazdawī's treatise edited from MS Cairo Dār al-Kutub B 19385

رسـالة في سمـت القبلة

ص ١

دافيد كينج

ص ٢ (١) // بسم الله الرحمن الرحيم الحمد لله العلي العظيم الحليم الكريم الحكيم العليم الملك الحق المبين ذي العزة والقوة المتين على ماأنعم علينا مـن أنواع الفضائل ومكارم الأخلاق والشمائل والصلاة على رسوله المصطفى الأمين المجتبى المكين وعلى آله وأصحابه وأزواجه الطاهرين أجمعين .

(٢) قال الشيخ الإمام والقرم الهمام صـدر الإسلام أبو اليسر البزدوي[١] رحمه الله أما بعد فإن أعظم العبادات بعد الإيمـان بالله تعالى الصلاة[٢] فإن النبي عليه الصلاة والسلام قال الصلاة عماد الدين فمن تركها فقد هدم الإيمان وجعل[٣] الإيمان بلا صلاة كالبيت المنهدم والدار المنهدمة[٤] دار إلا أنه لا يمكن الانتفاع بها فدلنا هـذا الحديث أن الصلاة من أعظم العبادات وأن تاركها ليبطل[٥] إيمانـه .

(٣) ثم كل مـن هو يحتاج إلى أداء الصلاة في كل يوم مراراً كثيرة لا يقدر على أدائها إلا بعد معرفة أركانها وشروطها ومن شروطها التي تحتاج إليه في كل صلاة التوجه إلى الكعبة فلا بد من معرفة الكعبة انها في أي جهة فإن السلف من الأئمة رحمهم الله وضعوا مسائل كثيرة في كل شرط من شروطها وأظهروا دلائل صحتها وما اكتفوا فيها بالتقليد وكذلك وضعوا مسائل كثيرة في الزكـاة // وإن كان أكـثر الناس لايحتاج إلى معرفـة مسائل الزكاة ص ٣ ووضعوا مسائل كثيرة في الصوم وإن كانت الحاجة تقـل إلى معرفة مسائله[٦] ووضعوا مسائل النكاح والطلاق والبيوع والجنايات ومسائل أخرى في[٧] كل

ملاحظة : كل ماورد في الحواشي هو وارد في الاصل ، إلا ماذكر خلافه .

١ – البزدوى ٢ – ناقص ٣ – جعل ٤ – المنهدم
٥ – لايبطل ٦ – مسائلها ٧ – اخر

فن واتبعوا دلائلها وتأملوا فيها وما اكتفوا فيها بالتقليد وإن كانت عامة الناس لايحتاجون إلى تلك المسائل في عامة الأزمان نظراً للناس حتى إذا وقع لإنسان حاجة يجدها أو يجد مثلها ولا يتحير فيها وكان أبو حنيفة رحمه الله رئيسنا في وضع المسائل بدلائل وأصحابه[1] بعده تأملوا في تلك المسائل وكذلك فقهاء الأمة من غيرهم رحمهم الله فما وجدوا له دليلاً يدل على صحته اعتقدوه وقالوا به وما لم يوضح لهم دليل صحته طرحوه ولم يكتفوا بالتقليد[2] .

(٤) ثم إن السلف مـــن الأئمة أكثرهم أعرضوا عن التأمل في أمر القبلة واكتفوا بالتقليد وإن كان وضع القبلة ليس بواجب عليه[3] التقليد وإنما فعلوا ذلك لأنه لم يكن لهم آلة معرفة القبلة فإن القبلة لا تعرف إلا بعلم الحساب وما كان لهم بصر بالحساب فقلدوا غيرهم لعجزهم عن معرفتها بالدلائل فإن عامة السلف مـــن الأئمة ما كانوا اجتهدوا في علم الحساب وقد كان لبعض أصحابنا // بصر في علم الحساب فطلبوا دلائل القبلة ووقفوا عليها ولكن لم يصنفوا فيه كتاباً لغموض علم الحساب ولإعراض أكثر الناس عـــن علم الحساب خصوصاً الفقهاء منهم وبعضهم صنفوا كتباً ولكن صنفوها غامضة لا يقف على ما فيها إلا المتبحرون في[4] علم الحساب فتعطلت تلك الكتب وبقي التقليد في الناس أجمع .

ص ٤

(٥) ثم إن بعض المتأخرين من أصحاب الشافعي ممن لم يشم رائحة الحساب بما وراء النهر وخراسان خطأوا السلف الصالح وحرفوا القبلة ما بين مشـــرق الشتاء ومغربه واعتمدوا على حديثين أحدهما ما[5] رووا عن النبي عليه الصلاة والسلام أنه قال القبلة ما بين المشرق والمغرب والثاني ما رووا عنه عليه الصلاة والسلام أيضاً أنه قال لا تستقبلوا القبلة عند الخلاء ولا تستدبروها ولكن شرقوا أو غربوا وهـــذان الحديثان لا تعرف صحتهما لأن ما رواهما[6] الثقات في كتبهم ثم وإن ثبت فلا يخفى على عاقل أن الاحتجاج بـــه غير صحيح فإنه يعرف كل عاقل ببديهة عقله أن قبلة البلاد كلها لا تكون بين المشرق والمغرب وإنما تكون قبلة بعض البلاد وليس في حديث النبي عليه الصلاة والسلام أن

١ – با ٢ – واضح ٣ – ناقص ٤ – من ٥ – ناقص
٦ – روى

ص ٥ هذه القبلة قبلة أي ناحية فلا يصح التعلق بهذين الحديثين فإن قالوا // قد روى قبلة أهل العراق ما بين المشرق والمغرب فنقول[١] هذه الزيادة ليست بصحيحة فإن العراق لم تكن فتحت يومئذ فالأولى[٢] أن المراد من هذين الحديثين قبلة أهل المدينة فإنها بين المشرق والمغرب .

(٦) وإن السلف الصالح وضعوا قبلة ما وراء النهر وخراسان حين فتحوا البلاد إلى مغرب الخريف وهو المغرب عند استواء النهار والليل فالشمس إذا نزلت في برج الميزان ومضى عشرون يوماً حتى قطعت قريباً من عشرين درجة فمن واجه الشمس عند الغروب فتلك القبلة التي وضعها أولئك السلف وهو وقت فراغ عامة بخارى من زراعة الحنطة والشعير وكذلك إذا نزلت الشمس في برج الحمل .

(٧) وما ذهب أصحاب الشافعي منهم إليه من تحريف القبلة خطأ محض لا يخفى خطأه على من له عقل كامل وتأمل قليل تأمل فضلاً من أن يكون شم رائحة من الحساب فإنه إنما يستقيم أن تكون قبلة بلاد ما وراء النهر وخراسان ما[٣] بين مشرق الشتاء ومغربه إذا كانت هذه البلاد مساوية لمكة في الطول أو طول هذه البلاد قريباً من طول مكة كطول مكة مع طول المدينة يعني بالطول بعد البلدة من بحر المغرب المحيط بالأرض وبعد مكة من بحر المغرب سبع[٤] وستون درجة وبعد بخارى[٥] // من بحر المغرب سبع[٦] وثمانون درجة وبعد سمرقند منه تسع[٧] وثمانون درجة وبعد نسف منه ثمان[٨] وثمانون درجة فيكون التفاوت بين بعد مكة وبعد بخارى عشرين درجة وكل درجة قريبة[٩] من خمسة وعشرين فرسخا فيكون التفاوت بين مكة وبخارى في الطول خمسمائة فرسخ أو قريباً منه وبين سمرقند وبين مكة التفاوت أكثر من هذا في الطول وكذلك بين مكة ونسف فمن جعل وجهه إلى ما[١٠] بين مشرق الشتاء ومغربه لا يكون متوجهاً إلى مكة بيقين وبينهما من البعد في الطول قريب من[١١] خمسمائة فرسخ[١١] فمن جعل وجهه إلى ما بين مغرب الشتاء ومشرقه يعلم يقينا ص ٦

١ – نقول ٢ – على ٣ – با ٤ – سبعة ٥ – وبعد بخارى (مكرر) ٦ – سبعة ٧ – تسعة
٨ ثمانية ٩ – قريب ١٠ – ناقص ١١ – خمسين فرسخا : خمسمائة فرسخ (انظر ص ٤ رقم ١٣)

أنه لا يكون متوجها إلى مكة لأن بعد[1] ما بين مكة وبخارى في الطول خمسمائة فرسخ فإذا قد[2] وقع اليقين على خطأ ما أحدثه المتأخرون من أصحاب الشافعي في[3] القبلة .

(٨) وأما القبلة التي وضعها الذين فتحوا البلاد وهي التي يصلي عليها أصحاب أبي[4] حنيفة رحمه الله ففيه انحراف إلى يمين المصلى وهو يسار القبلة فإن وجه القبلة إلى المشرق فإنا قد ذكرنا أن هذه القبلة إلى مغرب الاستواء وهو وسط المغارب ومغرب الاستواء ليس بمساو لهذه البلاد في العرض وإنما يستقيم هذا إن لو كان عرض هذه // البلاد وعرض مكة سواء وبينهما مقاربة في العرض حتى يكون المحاذي لمغرب الاستواء محاذياً لمكة وبين مكة وهذه البلاد تفاوت عظيم في العرض فإن عرض مكة إحدى وعشرون درجة وعرض بخارى ثمان[5] وثلاثون درجة وعرض سمرقند أربعون درجة وعرض نسف قريب من ست[6] وثلاثين درجة ويعني[7] بالعرض بعد البلدة عن خط الاستواء وهو وسط السماء[8] فإن العمران[8] كلها في أحد النصفين من الأرض وهو النصف الذي في يسار القبلة وكان بين مكة وبخارى من التفاوت في العرض[9] ست عشر[9] درجة كل درجة قريبة[10] من خمسة وعشرين فرسخا فيكون بينهما من الفراسخ أربعمائة فرسخ وبين مكة وسمرقند التفاوت أكبر[11] فلا يستقيم البتة أن يكون المحاذي لمغرب الاستواء متوجها إلى مكة لما بينهما من التفاوت الكبير[12] في العرض قريب من[13] خمسمائة فرسخ[13] ولأن الشمس تغرب عند الاستواء على يسار مكة لاموازياً لمكة فلا يكون المتوجه إلى المغرب يومئذ متوجهاً إلى مكة وإنما وقع[14] لهم هذا الغلط لأنهم وضعوها[15] بالتحري من غير أن تكون[16] لهم معرفة بالحساب والمتحري عامل بلا دليل بل هو عامل بتحكيم القلب وكثيراً ما يخطئ المتحري ولكن مع هذا تجوز[17] صلاة المتحري إذا لم يكن معه دليل آخر[18] ومن صلى ولا دليل معه[18] فتكون صلاته جائزة وصلاة من تقلدهم كذلك ولكن // إذا بين إنسان

ص ٧ — ص ٨

١ — البعد ٢ — ناقص ٣ — من ٤ — أبو
٥ — ثمانية ٦ — ستة ٧ — وتعين ٨ — فإن العمران : قال العمراني
٩ — ست عشر : ستة عشر ١٠ — قريب ١١ — اكثر ١٢ — الكثير
١٣ — خمسين فرسخاً : خمسائة فرسخ ١٤ — رفع ١٥ — وصفوا
١٦ — يكون ١٧ — يجوز ١٨ — ومن صلى ولا معه دليل : ولا معه دليل

خطأهم بالدليل لاتجوز[1] الصلاة إلى تلك القبلة بعد ذلك .

(٩) وقد سمعت أناساً أثق بهم أيام مقامي بسمرقند حين كنت قاضياً بالحضرة[2] يقولون إن[2] العلماء تكلفوا في القبلة التي وضعها من فتح بلاد ما وراء النهر واتفقوا أنها منحرفة عن الكعبة يساراً فرجعوا إلى أهل الحساب الذين لهم بصيرة في هذا الباب فوضعوا لهم قبلة إلى يسار المصلى ويمين الكعبة وهو ما بين قبلة أصحاب أبي حنيفة رحمه الله وما أحدثه المتأخرون من أصحاب الشافعي رحمه الله وقبلة مسجد الجامع بسمرقند وضعوها على ذلك وعليه اتفق أصحاب أبي حنيفة والشافعي يومئذ وهو قبلة لا انحراف فيها إلى جهة وقد امتحنتها حين دخلت سمرقند سنة ثلاث وسبعين وأربعمائة وكانت الشمس في برج الجوزاء فوجدتها مستقيمة قويمة .

(١٠) ثم إني لما رأيت هذا الاختلاف الفاسد الباطل في أمر القبلة بين أصحاب أبي حنيفة وأصحاب الشافعي المتأخرين منهم فإنه اختلاف الجهال فإن العالم بالقبلة يخطئهم جميعاً والذي لا علم له بالقبلة وله تقوى وعقل كامل لا ينازع في القبلة ويقر بالجهل فإنما تبقى المنازعة بين عوام لا تقوى لهم ولا كمال عقل مع حدة[3] تأمل أردت أن أصنف[4] كتاباً قصيراً في أمر القبلة وأبين فيه ماهو الصواب وأدل عليه بدلائل نيرة وأبين فيه طريق معرفته بأسهل الوجوه طالباً لثواب الله والتوفيق // لإتمامه معتصماً به من الزلل والخطأ راجياً مرضاتـه . ص ٩

(١١) فأقول قد بينا في أول الكتاب ما تبين به خطأ ما أحدثه المتأخرون من أصحاب الشافعي في أمر القبلة وذكرنا ما وضع الذين فتحوا البلاد من القبلة أنه ليس بمستقيم وقد سمعت من أثق به من الفقهاء الصلحاء أن من خرج من مكة وتأمل في أمر القبلة ثم رجع إلى بلاد ما وراء النهر عرف أن القبلة منحرفة[5] إلى يسار القبلة وكان جدنا الشيخ الإمام الزاهد أبو محمد عبد الكريم بن موسى خرج إلى مكة حاجاً وتأمل ثم في أمر القبلة فلما رجع إلى بلده حول قبلة مسجده إلى يسار المصلى وهو يمين القبلة لما أنه استيقن

١ – يجوز ٢ – إن : أن ٣ – حد ٤ – أضيف
٥ – منحرف

خطأ تلك القبلة إلا أنه نقضها وردها إلى ما كانت لكثرة قيل[1] الناس فإن الجهل مع الحسية غالبان في عامة بلده[2] وقد سمعت هذا من قوم عدول ثقات وكذلك الحسّاب اتفقوا وحولوا قبلة المسجد الجامع بسمرقند عما كان إلى يسار المصلي واتفق عليه الأئمة من الفريقين فدل اجتماعهم على خطأ كلتي[3] القبلتين .

(١٢) وما قاله أصحابنا إن الجدي ينبغي أن يكون على شحمتي أذن الإنسان إذا أراد أن يصلي ليس بصحيح فإنه يستقيم هذا إذا كان عرض مكة وعرض هذه البلاد سواء وليس كذلك بل بينهما في العرض تفاوت عظيم كما بينا وما قاله بعض أصحاب الشافعي إنه[4] ينبغي أن يكون الجدي على قفا الإنسان إذا أراد أن يصلي خطأ محض // أيضاً فإنه إنما يستقيم هذا إن لو[5] كان طول مكة وطول هذه البلاد سواء وقد بينا أنه ليس كذلك وما ذهب إليه أصحاب الشافعي أشد خطأ مما ذهب إليه أصحاب أبي حنيفة والذين فتحوا البلاد لأن طرق هذه البلاد إلى مكة وضعها المتقدمون إلى مغرب الاستواء وما وضعوها إلى مغرب الشتاء ومشرقه .

ص ١٠

(١٣) فأبين الآن طريق معرفة القبلة في بلاد ما وراء النهر بخارى[6] وسمرقند ونسف وما يتبعها من البلاد والقرى بقدر مايقع في أفهام الناس أجمع الحساب وأصحاب التجارب سوى الحساب على[6] أن الشمس إذا نزلت برج الجوزاء فإن الشمس تصير مسامتة[7] لمكة وقت الزوال كالترس على رأس الإنسان حتى لايبقى في موضع من المواضع ظل حتى قالوا لايبقى في الآبار ظل وكذلك إذا نزلت الشمس برج السرطان وقطعت[8] منه عشرين درجة تصير الشمس أيضاً مسامتة[9] لمكة وقت الزوال ولكل بلدة يكون طولها مثل طول مكة فإذا قابل الشمس إنسان وقت الزوال حين نزلت الشمس برج الجوزاء أو حين قطعت[10] الشمس عشرين درجة من برج السرطان يكون ذلك قبلة تلك البلدة وكل بلدة يخالف طولها[11] طول مكة وكان طول تلك البلدة أكثر من

١ — نعني : قيل وقال ٢ — برده ٣ — كلف ٤ — ناقص
٥ — بخارا ٦ — ناقص ٧ — مسامتا ٨ — وقطع
٩ — مسامتا ١٠ — قطع ١١ — ناقص

طول مكة مثل بخارى[1] وسمرقند يكون زوال مكة بعد زوال تلك البلدة وقد ذكرنا التفاوت بين طول هذه البلاد وطول[2] مكة فإنما تزول الشمس بمكة عن كبد السماء بعد زوال بلدة بخارى وبلدة سمرقند وبلدة نسف بساعتين وثلثي[3] ساعة فإذا مضت ساعتان وثلثا ساعة بعد الزوال ببلدة بخارى وسمرقند ونسف // فمن استقبل قرص الشمس في ذلك الوقت والشمس في أول برج الجوزاء أو في آخر برج السرطان في بلدة من هذه البلاد فذلك قبلة تلك البلدة فإن كان الإنسان ممن يقف على الساعات يعمل[4] بعد معرفة الساعات على ما بينا وإذا كان لايعرف حقيقة الساعات فإذا صار ظل كل شيء بعد الزوال مثل نصفه وهو وقت يؤدي صلاة الظهر أصحاب أبي حنيفة رحمهم الله في ذلك الزمان فإنه زمان الصيف فمن استقبل قرص الشمس في ذلك الوقت في بلدة من هذه البلاد فهو قبلة تلك البلدة فإن كان الإنسان ممن يعرف دخول الشمس في البروج وإلا يرجع إلى من يعرف ذلك فيسأل فيسوي القبلة حينئذ على ما ذكرنا وكذلك إذا نزلت الشمس برج الجدي وهو أول الشتاء حين يكون النهار في غاية القصر فإذا كادت الشمس تغرب فمن استقبل الشمس حينئذ في بلدة من هذه البلاد بلدة سمرقند وبخارى ونسف فذلك قبلة تلك البلدة .

ص ١١

(١٤) ولكن تسوية القبلة بقبلة مسجد الجامع بسمرقند في بلدة بخارى ونسف هو[5] أن ينظر إلى قرص الشمس بعد الزوال في بلدة سمرقند وفي مسجد الجامع حتى يصير محاذياً لقبلته وينظر كم ظل كل شيء فيأخذه ثم يعود إلى بخارى أو نسف أو كرمنية أو كش بالعجلة ويستقبل الشمس بها بعد الزوال إذا صار ظل كل شيء مثل ماصار بسمرقند فذلك قبلة تلك البلدة فإن في اليوم واليومين إلى عشرة لايقع إلا تفاوت يسير لايعتبر مثل ذلك التفاوت .

(١٥) وقد وضع الحسّاب[6] طريقاً آخر لمعرفة القبلة وتسويتها يمكن // العمل به في كل يوم فإن الشمس تصير مسامتة[7] للكعبة في كل يوم في[8] وقت من الأوقات فمن عرف ذلك الوقت واستقبل الشمس في بلدة من هذه البلاد في ذلك الوقت فذلك قبلة تلك البلدة ولكن من أراد تسوية القبلة

ص ١٢

١ – بخارا ٢ – مكرر ٣ – وثلث ٤ – بمعنى : فليعمل
٥ – وهو ٦ – الخشاب ٧ – مسامتا ٨ – من

في كل يوم ينبغي أن يتعلم ما يعرف به ارتفاع الشمس فإذا كانت الشمس في برج الحمل في أول درجة منه وكان ارتفاع الشمس بعد الزوال أربعين درجة فمن استقبل قرص الشمس في ذلك الوقت في بلدة من هذه البلاد فذلك قبلة تلك البلدة وإذا كانت الشمس في برج الحمل في الدرجة الثانية منه وكان ارتفاع الشمس بعد الزوال إحدى[1] وأربعين درجة فمن فمن استقبل الشمس في بلدة من هذه البلاد في ذلك الوقت فذلك قبلة تلك البلدة وهكذا يزداد في كل يومين وأكثر من ذلك درجة درجة حتّى تنزل الشمس برج السرطان وتقطع منه ست عشرة درجة فإذا نزلت[2] في الدرجة السادسة عشر وكان ارتفاع الشمس بعد الزوال ست وستين درجة فمن استقبل الشمس في ذلك الوقت في بلدة من هذه البلاد فذلك قبلة تلك البلدة ثم ينقص في الدرج هكذا حتّى تنزل الشمس برج الجدي وتقطع منه ست عشرة درجة فإذا نزلت[3] إلى الدرجة التاسعة[4] عشر منه وأخذت الارتفاع بعد الزوال في بلدة من هذه البلاد وكان الارتفاع إحدى[5] عشر درجة فمن استقبل الشمس في بلدة من هذه البلاد في ذلك الوقت فذلك قبلة تلك البلدة ثم تأخذ[6] الدرجة في الزيادة كل يومين وأكثر حتّى تصير إلى الحمل وقد كتبت زيادة الدرجة ونقصانها في السنة كلها في جدول وضعته[7] وكتبت ذلك بحروف الجمل وهي حروف[8] ابجد .*

١ – آحاد ٢ – نزل (انظر ٣ – ٢) ٣ – نزل (انظر ٢)
٤ – التاسع ٥ – احد ٦ – يأخذ ٧ – وضعتها
٨ – حرف

* ملاحظة للناسخ . بعون الله تم نسخ هذه الرسالة في يوم الخميس ٢٤ صفر سنة ١٣٥٥ الموافق ١٥ مايو سنة ١٩٣٦ على نفقة دار الكتب المصرية نقلا عن النسخة الخطية المستحضرة من مجلس محلي سوهاج تحت نمرة ٢١ أصول وكتبها راجي عفو المتين محمود عبد اللطيف فخر الدين النساخ بدار الكتب المصرية العامرة .

Al-Bazdawī on the Qibla in Early Islamic Transoxania

David A. King

Sayili	A. Sayili, *The Observatory in Islam*, Ankara: Turkish Historical Society (Series VII, No. 38), 1960.
Sayyid	F. Sayyid, *Fihrist al-makhṭūṭāt*, 3 vols., Cairo: Dār al-Kutub, 1961-1963.
Sezgin	F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums*, 8 vols. to date. Leiden: E. J. Brill, 1967 to present.
Taqizadeh	S. H. Taqizadeh, *Old Iranian Calendars*, London: Royal Asiatic Society, 1938.
Troupeau	G. Troupeau, "Le Livre des Temps de Jean ibn Māsawayh," *Arabica*, 15 (1968), pp. 113-142.
Wensinck	A. J. Wensinck *et al.*, *Concordance et Indices de la Tradition Musulmane*, 7 vols., Leiden: E. J. Brill, 1936-1969.
Zasypkin	B. N. Zasypkin, *Arkhitektura Srednei Azii*, Moscow: Izdatel'stvo Akademii Arkhitektury S.S.S.R., 1948.

3	———, "A Fourteenth- Century Tunisian Sundial for Regulating the Times of Muslim Prayer," in W. G. Saltzer and Y. Maeyama, eds., *Prismata: Festschrift für Willy Hartner*, Wiesbaden: Franz Steiner Verlag, 1977, pp. 187-202.
4	———, "Architecture and Astronomy: The Ventilators of Medieval Cairo and Their Secrets," *Journal of the American Oriental Society*, 104:1 (1984), pp. 97-133.
5	———, "Astronomical Alignmnents in Medieval Islamic Religious Architecture," *Annals of the New York Academy of Sciences*, 385 (1982), pp. 303-312.
6	———, *The World About the Kaʿba: A Study of the Sacred Direction in Medieval Islam* (in preparation), to be published by Islamic Art Publications S. p. A. (Summaries are to appear in *Interdisciplinary Science Reviews*, 10 (1985), and *Proceedings of the Second International Quran Conference, (New Delhi*, 1982).
Le Strange	G. Le Strange, *The Lands of the Eastern Caliphate*, London: Frank Cass & Co. Ltd., 1966 (reprint of 1905 edition).
Muñoz	R. Muñoz, "Un Calendario Egipcio del Siglo XVIII," *Awraq*, 1 (1978), pp. 67-81 (to be continued).
Nemtseva	N. B. Nemtseva, "The Origins and Architectural Development of the Shāh-i Zinde," translated from the Russian by J.M. Rogers and A. Yasin, *Iran*, 15 (1977), pp. 51-73.
Pellat	Ch. Pellat, *Le Calendrier de Cordoue*, Leiden: E. J. Brill, 1961.
Pugachenkova	G. A. Pugachenkova, *Puti Razvitiya Arkhitektur'i Youjnogo Turkmenistana . . .*, Moscow: Izdatel'stvo Akademii Nauk S.S.S.R., 1958.
Pugachenkova & Rempel 1	G. A. Pugachenkova and L. I. Rempel, *V'idaioushiesya Pamyatniki Arkhitektur'i Uzbekistana*, Tashkent: Gosudarstvennoe Izdatel'stvo Khudozhestvennoi Literatury Uz. S. S. R., 1958.
2	———, *Istoriya Iskusstv Uzbekistana*, Moscow: Iskusstvo, 1965.
Renaud 1	H. P. J. Renaud, *Le Calendrier d'Ibn al-Bannā' de Marrakech* (1256-1321 *J. C.*), Publications de l'Institut des Hautes-Etudes Marocaines, tôme XXXIV, Paris: Larose Editeurs, 1948.
2	———, "Astronomie et Astrologie Marocaines," *Hespéris*, 29 (1942), pp. 41-63.
Rudloff & Hochheim	G. Rudloff and A. Hochheim, "Die Astronomie des Maḥmūd ibn Muḥammad ibn 'Omar al-Ǧagmīnī," *Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft*, 47 (1893), pp. 213-275.
Samsó 1	J. Samsó Moya, "Las "Pháseis" de Ptolomeo y el "Kitāb al-Anwā'" de Sinān b. Ṯābit," *al-Andalus*, 41 (1976), pp. 15-48.
2	———, "De nuevo sobre la traducción árabe de las "Pháseis" de Ptolomeo y la influencia clásica en los "Kutub al Anwā'"," *al-Andalus*, 41 (1976) pp. 471-479.
3	———, "La tradicion clásica en los calendarios agricolas hispanoarabes y norteafricanos," *Second International Congress of Studies on Cultures of the Western Mediterranean*, (Barcelona, 1975). pp. 177-186.

Bibliographical Abbreviations

Ali	J. Alī, *The Determination of the Coordinates of Cities: al-Bīrūnī's Taḥdīd al-amākin*, Beirut: American University of Beirut Publications, 1966.
Bābur	*Bâburnâma*, E. J. W. Gibb Memorial Series, vol. 1, 1905, trans. by L. King, 2 vols., London, 1921.
al-Bīrūnī	al-Bīrūnī, *Kitāb Taḥdīd nihâyât al-amâkin*, ed. P. Bulgakov, *Majallat Maᶜhad al-Makhṭūṭāt al-ᶜArabiya*, vol. 8 (1962).
Brockelmann	C. Brockelmann, *Geschichte der arabischen Litteratur*, 2 vols. (2nd. ed.), Leiden: E. J. Brill, 1943-49, and *Supplementbände*, 3 vols., Leiden: E. J. Brill, 1937-42.
Cairo Cat. and *Survey*	D. A. King, *A Catalogue of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library* (in Arabic), 2 vols., Cairo: General Egyptian Book Organization in collaboration with the Smithsonian Institution and the American Research Center in Egypt, 1981 and 1985 (?), and *A Survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library* (in English), Publications of the American Research Center in Egypt, Winona Lake, Ind.: Eisenbrauns 1985.
Cohn-Wiener	E. Cohn-Wiener, *Turan: Islamische Baukunst in Mittelasien*, Berlin: Ernest Wasmuth Verlag, 1930.
EI_1	*Encyclopaedia of Islam*, 1st. ed., 4 vols., Leiden: E. J. Brill, 1913-34.
EI_2	*Encyclopaedia of Islam*, 2nd. ed., 4 vols. to date, Leiden: E. J. Brill, 1960 onwards.
Gafurov & Litvinskii 1	B. G. Gafurov & B. A. Litvinskii, *Istoriya i Kultura Narodov Srednei Azii*, Moscow: Nauka, 1976.
2	——————, *Srednyaya Aziya v Drevnosti i Srednevekov'e*, Moscow: Nauka, 1977.
Goldstein	B. R. Goldstein, "On the Theory of Trepidation . . . ," *Centaurus*, 10 (1964), pp. 232-247.
Habib	I. Habib, "Cartography in Mughal India," in *Medieval India: A Miscellany*, IV (Aligarh Muslim University), Bombay: Asia Publishing House, 1977, pp. 122-134. (I have used Prof. Habib's typescript.)
Irani	R. A. K. Irani, "Arabic Numeral Forms," *Centaurus*, 4 (1955), pp. 1-12.
Kennedy 1	E. S. Kennedy, *A Commentary upon al-Bīrūnī's Kitāb Taḥdīd al-Amākin*, Beirut: American University of Beirut Press, 1973.
2	——————, "A Survey of Islamic Astronomical Tables," *Transactions of the American Philosophical Society*, N. S., 46:2 (1956), pp. 123-177.
Kennedy & Haddad	F. I. Haddad and E. S. Kennedy, "Geographical Tables ofMedieval Islam," *al-Abḥāth*, 24 (1971), pp. 87-102.
King 1	D. A. King, "Ibn Yūnus' *Very Useful Tables* for Reckoning Time by the Sun," *Archive for History of Exact Sciences*, 10 (1973), pp. 342-394.
2	——————, "Some Medieval Values for the Qibla at Cordova," in "Three Sundials from Islamic Andalusia," *Journal for the History of Arabic Science*, 2 (1978), pp. 358-392.

These results are interesting, but it is clear that a proper survey of the orientations of all of the principal medieval religious monuments in Central Asia would reveal much more.

APPENDIX A

The Arabic Text of al-Bazdawī's Treatise

See pp. of this issue.

APPENDIX B

An Addition to *King* 2

H.P.J. Renaud, on p. 58 of his article on astronomy and astrology in medieval Morocco (see *Renaud* 2 in the bibliography), quotes the ninth-century Andalusian historian and jurist Ibn Ḥabīb (on whom see the article in EI_2 by A. Huici Miranda) as saying that the qibla at Cordova is the rising point of the star α Scorpio "because it rises at the corner of the Black Stone." This azimuth was about 30° south of east for the latitude of Cordova at Ibn Ḥabīb's time, and corresponds precisely to the azimuth of the rising sun at the winter solstice. See now the commentary on Paragraph 13 of al-Bazdawī's treatise above.

Transoxania is rather poor, and most modern plans purporting to give orientations are not to be trusted.[4] Also, aerial and satellite photographs of the architectural sites in this particular area are hardly likely to fall into the hands of scholars in the near future. It is to be hoped, therefore, that future researchers will make careful measurements of orientations of individual buildings and, when interpreting these, will take into consideration the kind of information presented by al-Bazdawī.

Added in proof:

(1) In September, 1983, I had the privilege of researching in the Library of the Oriental Institute in Tashkent. There I came across in manuscript no. 177 a work by the late–tenth–/early–eleventh–century legal scholar cum mathematician ᶜAbd al-Qāhir al-Baghdādī (*Brockelmann*, I, p. 482 and SI, pp. 666–667, and *Sezgin*, V, pp. 357) on the divergences of opinion on the qibla in early Islamic Iran. This treatise was not previously known to exist, and a study is in progress.

(2) In January, 1984, I was able to measure the orientations of various religious edifices in Samarqand. The magnetic declination there is currently ca. 4° E, and my readings with a pocket compass have been adjusted by ca. 5°. I anticipate that the values given below are correct to within ca. ±5°.

(a) The site identified as a mosque in Afrasiab faces roughly 245° (= 25° S. of W.), that is, towards winter sunset (ca. 250°). On the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand (which faced roughly the same direction), see the commentary to Paragraph 9 above.

(b) The basic orientation of the Shāh-i-Zinde complex (most surviving monuments date from the fourteenth and fifteenth centuries) is north-south, with most mihrābs rom facing south, according with the Shāfiᶜī practice.

(c) The basic orientation of the Bībī Khānum Mosque (ca. 1400) is in the cardinal directions with the mihrab facing due west, thus corresponding to the Ḥanafī practice.

(d) The tombs of Timur and Ulugh Beg in the Gur-Emīr Mausoleum (fifteenth century) face roughly 255° (= 15° S. of W.). I cannot explain this orientation.

(e) The basic orientation of the Registan complex (built in the 15th–17th centuries) is ca. 200° (= 20° W. of S.). Again, this orientation corresponds to none of those mentioned by al-Bazdawī.

(f) The Mosque of Khōja Zulmurād in the quarter known as Chahār-rakh (built in the 19th (?) century and still in use) faces ca. 265° (= 5° S. of W.), probably intended as an alignment towards due west in accordance with Ḥanafī practice.

4. See *King* 7, Section 4.9, for a survey, based mainly on *Cohn-Wiener*, *Pugachenkova Pugachenkova & Rempel* 1 and 2, *Zasypkin*, and *Gafurov & Litvinskii* 1 and 2.

is about 30° S. of W., is fortuitous.) A less likely reason may be that the qibla was computed from available geographical data: al-Bazdawī's data can be used to derive a qibla of about 40° S. of W.

It is instructive to compare al-Bazdawī's treatise with a treatise by his earlier contemporary from further south, the celebrated scholar Abu'l-Rayḥān al Bīrūnī. In his work entitled *Taḥdīd nihāyāt al-amākin*, "The Determination of the Coordinates of Localities," al-Bīrūnī's ultimate purpose was to establish the geographical coordinates of Ghazna and hence determine the qibla there. As well as achieving these ends admirably, he provided us with a richly-documented essay on mathematical geography and spherical astronomy.[1] al-Bīrūnī would have been dismayed by the weakness of al-Bazdawī's reasoning and shallowness of his scientific knowledge. In the *Taḥdīd* he wrote as follows:[2]

"... Let us point out the great need for ascertaining the direction of the qibla in order to perform the prayer which is the pillar of Islam... It is known that this direction varies with the place at which the direction of the Kaᶜba is to be determined. This is witnessed in the Sacred Mosque itself, and should be more evident when considered from other places. If the distance from the Kaᶜba is small, its direction may be determined by a diligent seeker, but when the distance is great, only the astronomers can determine that direction. Every challenge calls for the right men........ Some scholars have been discussing completely irrelevant phenomena, like the directions from which the winds blow, and the risings of the lunar mansions. Even the professional astronomers find the qibla problem difficult to solve, so you can imagine how difficult it is for the non-astronomer."

al-Bazdawī was not the only medieval writer to discuss the qibla in Samarqand. Bābur, in *ca.* 1500, noted that the orientations of the qiblas in the Masjid al-Muqatta' and the madrasa of Ulugh Beg were different, and attributed the orientation of the latter to the astronomers.[3] No doubt other such discussions are to be found in the literature.

The state of documentation of orientations of Islamic architecture in

1. This treatise is published by Bulgakov in *al-Bīrūnī*, translated in *Ali*, and commented upon in *Kennedy* 1.

2. *cf. Ali*, pp. 11-12.

3. *Babur*, 1, p. 80, cited in *Sayili*, p. 24.

See also the valuable study *Nemtseva*. With regard to the qibla corresponding to Ulugh Beg's geographical coordinates for Samarqand and Mecca, see already E. S. Kennedy's comments in *Nemtseva*, p. 52. These coordinates are:

	φ	L
Samarqand	39;37°	99;16°
Mecca	21;40	77; 0

and the accurately computed qibla is 53;8,30° W. of S. According to the standard Islamic approximate formula the value would be 50;53°.

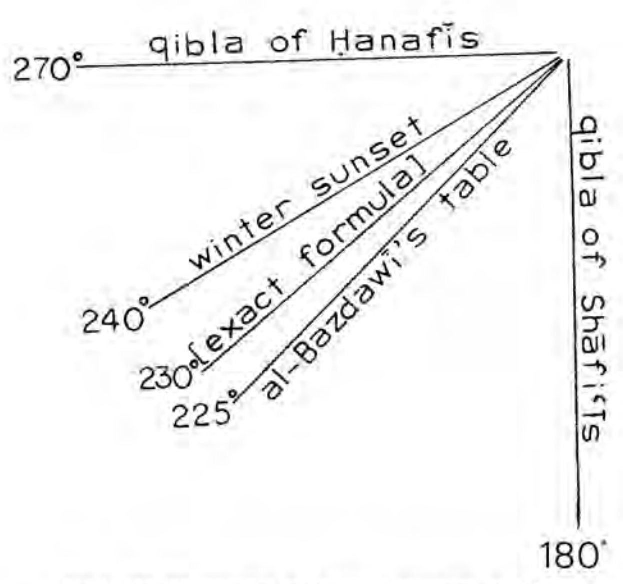


Fig. 4. The different qiblas for Samarqand mentioned by al-Bazdawī

al-Bazdawī's knowledge of astronomy was such that he confused months and zodiacal signs. He presented various geographical coordinates in his treatise, but was apparently incapable of using them to compute the qibla, even by the simple approximate method which was common knowledge amongst contemporary astronomers. The table that al-Bazdawī included in his treatise would enable one to lay out the qibla at Samarqand at 45° S. of W. It seems probable that whoever computed the table considered this a compromise between the Shāfiʿī qibla (due south) and the Ḥanafī qibla (due west). This is about 10° S. of the direction al-Bazdawī was aiming at, namely, the orientation of the Jāmiʿ Mosque of Samarqand, which is at about 35° S. of W. The reason for this orientation may well be that the qibla was taken as the direction of the setting sun at midwinter, which is at about 31½° S. of W. (The proximity of this direction to the modern qibla for Samarqand, which

Table 1
Sample Recomputed Values of $h_q(\lambda)$ for
$\varphi = 40°$, $\epsilon = 23;35°$, and $q = 44°$, 45°, and 46°

λ \ q	44°	45°	46°
0°	40;36°	40; 7	39;37
1	41; 5	40;36	40; 6
2	41;33	41; 4	40;35
.			
.			
.			
90	68;48	68;33	68;16
.			
.			
.			
270	12;24	11;42	10;58

al-Bazdawī) was close enough to $\Delta\varphi$ ($= 19°$ according to al-Bazdawī) that one could take $\Delta L = \Delta\varphi$ and hence derive $q = 45°$ by the standard approximate method. Alternatively, he may have decided that $q = 45°$ was a happy compromise between the qibla of the Shāfiᶜīs (due south) and the qibla of the Ḥanafīs (due west). Similar situations occur in medieval Andalusian and Maghribi sources, where the qibla may be due south, due east, or conveniently south-east (see *King* 2, pp. 370-387, and 3, pp. 190-191). Another possibility is that the qibla was taken as south-west in order to "face" the north-east wall of the Kaᶜba (see further *King* 7, Section 3 and the commentary to Paragraph 11 above).

4. *Concluding remarks*

al-Bazdawī informs us that the *Ṣaḥāba* and later Ḥanafīs took the qibla in Transoxania as due west, and that the Shāfiᶜīs took it as due south. He rightly criticizes both traditions, the latter more than the former, since the road to Mecca from Samarqand goes due west rather than due south. He himself prefers, without presenting any valid reasons, to accept the orientation of the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand.

sources, but none is known to have been compiled for the region of Transoxania other than the table of h_q which al-Bazdawī is about to present. (All such tables are discussed in my forthcoming *Studies in Astronomical Timekeeping in Medieval Islam*.)

Unfortunately the table is missing from the Cairo manuscript and I wonder whether it was also missing from the Sohag manuscript. However, al-Bazdawī gives sufficient information on his table to enable us to investigate its accuracy. He gives the following values of h_q for various solar positions:

Solar position	h_q
Aries 1°	40°
Aries 2°	41°
Cancer 16°	66° (maximum)
Capricorn 16°/19° ??	11° (minimum)

Firstly, it is not clear whether the table was arranged according to solar longitude or days of the Syrian calendar. al-Bazdawī confuses these systems and when he implies that the tabulated function reaches its maximum at Cancer 16° he is misinterpreting the fact that the sun enters Cancer on June 16th. Likewise when he implies that the function reaches its maximum at Capricorn 16° and, in the next sentence, 19°, he is misinterpreting the fact that the sun enters Capricorn on December 16th/19th. Since he earlier implies (Paragraph 4) that the autumnal equinox is on September 20th, the change from a figure 20 to 16 or 16/19 may indicate that he did not compute the table himself. Indeed, I doubt if he had the vaguest notion how the entries in such a table would be computed. The function $h_q(\lambda)$ for $\varphi = 40°$ and for $q = 45°$ does indeed assume a value of about 40° at $\lambda = 0°$ (and even 41° when rounded at $\lambda = 1°$!), a maximum of about 69° at the summer solstice $\lambda = 90°$, and a minimum of about 12° at the winter solstice $\lambda = 27°$ Selected recomputed values for $\varphi = 40°$, $\varepsilon = 23;35°$, and $q = 44°$, 45°, and 46° are shown in Table 1.

From an inspection of these recomputed values, I think that it is safe to assume that whoever computed the table from which the four values mentioned in the text were taken, was using some approximate means of determining the solar altitude in the direction of south-west. Approximate values for the equinoxes and solstices could be found very easily (and more accurate values by taking additional care) by using an analogue computer device such as an astrolabe or by geometric construction (involving a technique known as the analemma).

The next question for us to consider is how the person who computed the table arrived at a value $q = 45°$ for the qibla at Samarqand. There are at least three possible answers to this. Perhaps the unknown compiler of the table considered that for Samarqand and Mecca, ΔL ($= 22°$ according to

The time-difference of $2\frac{2}{3}$ hours between Mecca and Transoxania given by al-Bazdawī is grossly inaccurate. In fact, it is double the correct amount for a longitude difference $\Delta L \approx 20°$. The time difference should be determined by reckoning 1 hour for each 15 degrees of ΔL, since 24 hours corresponds to the 360° of the apparent daily rotation of the heavens.

It is unlikely that anyone other than an astronomer would "know the truth about the hours," as far as the determination of equinoctial hours from the instantaneous solar altitude is concerned. Simple arithmetical rules for regulating the seasonal hours (which, as twelfth divisions of the length of daylight, depend on terrestrial latitude and vary throughout the year) by means of shadows are attested in the non-technical literature of the Muslims. (A survey of these shadow-schemes is contained in my forth coming *Studies in Astronomical Timekeeping in Medieval Islam.*)

From al-Bazdawī's remark about the shadow at the *ẓuhr* prayer we may conclude that the Ḥanafīs in Transoxania performed the *ẓuhr* some time after midday, rather than as soon as the sun had declined from the meridian, which is the standard definition. When the horizontal shadow s of a vertical object of length n is $\frac{1}{2}n$ the solar altitude is 60°, and at midsummer in Transoxania this is about one hour after midday. Since the midday shadow would be about $\frac{1}{4}n$. it may be that the beginning of the *ẓuhr* was defined by $\Delta s = \frac{1}{4}n$, where Δs is the increase in the shadow beyond its midday minimum. This is the definition for the beginning of the *ẓuhr* usually associated with Andalusian practice (see, for example, *King* 3, pp. 191 and 193-194). Notice that the time defined by $s = \frac{1}{2}n$ is much earlier than the 2 2/3 hours after midday which al-Bazdawī has just prescribed.

Finally, al-Bazdawī remarks that the setting sun at midwinter defines the qibla in Transoxania. This direction, about $31\frac{1}{2}°$ S. of W. for latitude 50°, is at variance with the direction he advocates in Paragraph 15 by about 15°. However, it may be that here we have the reasons behind the orientation of the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand. The direction of the *rising* sun at midwinter was used as the qibla in early Islamic Egypt and also in Andalusia (cf. *King* 1, p. 372; *King* 2, p. 371; and also Appendix B of this paper).

§ 15: Given the local latitude φ, the azimuth of the qibla q, and the solar longitude λ or declination $\delta(\lambda)$, it is possible to determine the solar altitude h_q and the hour-angle t_q when the sun is the direction of Mecca. Thus, for example, the tenth-century Cairo astronomer Ibn Yūnus compiled a table of h_q for Cairo as a function of solar longitude, giving values in degrees and minutes for each degree of solar longitude, which corresponds roughly to each day of the year. The corpus of tables which was used in medieval Cairo contains tables of both h_q and t_q as well as of the corresponding functions in the direction perpendicular to the qibla (see further *King* 1, p. 368). Various later tables of these functions for different latitudes are attested in the Islamic

due west. The road from Bukhara to Marw and Nisapur on the way to Mecca is in a direction of roughly 45° S. of W. Between Nisapur and Rayy (Tehran) the road is again roughly due west. (See *Le Strange*, Map 1 facing p. 1.) Note that the fact that the road from Samarqand to Bukhara is more or less due west did not lead al-Bazdawī to question why their latitudes should differ by 2°.

:.:.: al-Bazdawī is trying to say that the sun is in the direction of the qibla when it is in the zenith of Mecca, but his explanation is confused by his ignorance of spherical astronomy. The sun is in the zenith at Mecca at midday on two days of the year, namely, when its longitude λ is such that its meridian altitude

$$90^\circ - \varphi_M + \delta(\lambda)$$

is equal to 90°, that is, when

$$\delta(\lambda) = \varphi_M = 21^\circ,$$

using al-Bazdawī's value for the latitude of Mecca.

The solar longitudes corresponding to the situation $\delta(\lambda) = \varphi_M$ are described by al-Bazdawī here and below as "when the sun enters Gemini" and "when the sun enters the sign of Cancer and has moved through twenty degrees of it". Since these positions should be symmetrical with respect to Cancer 0°, the summer solstice, al-Bazdawī probably means Gemini 10° and Cancer 20°, the two solar positions which are 20° on either side of the solstice; however, he never specifically mentions Gemini 10°. These solar positions $\lambda = 70^\circ/110^\circ$ implied by al-Bazdawī are approximations, and the corresponding solar declination is about 22°, which is too large for φ_M.

The same method for finding the qibla occurs in other medieval Islamic sources, of which I shall cite just two examples. In the popular *Mulakhkhaṣ fiʾl-hayʾa* of Maḥmūd ibn ʿUmar al-Jaghmīnī, compiled in Khwārizm (modern Khiva in the U.S.S.R.) in 618H(=1221), the author advocates first the approximate geometrical construction outlined above and then mentions this second method, stating that the longitudes of the sun are $\lambda = 67;21^\circ/112;39^\circ$ since he uses $\varphi_M = 21;40^\circ$ and $\epsilon = 23;35^\circ$ (see *Rudloff & Hochheim*, p. 272, for a translation of this passage). In a Yemeni manuscript of this work copied *ca.* 1500, namely MS Cairo Dār al-Kutub *hayʾa* 69, the two solar positions are copied incorrectly (fol. 18v) as Gemini 7;8° and Cancer 28°, *i.e.* $\lambda = 67;8^\circ/118^\circ$, which are not even symmetrical with respect to the solstice. Again, in an Egyptian treatise on the use of the sine quadrant in 24 chapters extant in MS Istanbul Topkapi A 3509,7 (copied 676H), the anonymous author solves $\delta(\lambda) = 21^\circ$ with $\epsilon = 24^\circ$ and obtains $\lambda = 64^\circ/116^\circ$ (fols. 318v–319r). In fact these values of λ correspond to $\epsilon = 23;35^\circ$, and the solution of $\delta(\lambda) = 21;30^\circ$ (another popular medieval value for the latitude of Mecca) with $\epsilon = 24^\circ$ is $\lambda = 64^\circ/116^\circ$! With $\delta(\lambda) = 21;30^\circ$ and $\epsilon = 23;35^\circ$ one obtains $\lambda = 66^\circ/114^\circ$.

in Mecca was associated with different geographical regions (see *King* 6 and *King* 7, Section 3.3). Furthermore the Ka^cba is itself astronomically aligned (see *Hawkins & King* and *King* 7, Section 3.5). Thus someone standing in front of the eastern wall of the Kaᶜba is facing winter sunset. al-Bazdawī and others, assumed that, since the qibla of Transoxania was towards the north-eastern wall of the Kaᶜba, it was appropriate to use winter sunset as the qibla in Transoxania – see Fig. 3.

One can only feel sympathy for al-Bazdawī's grandfather when he was forced to annul the new qibla (towards winter sunset?) that he found by actually going to Mecca, and reinstate the erroneous qibla (toward due west?) that was generally accepted.

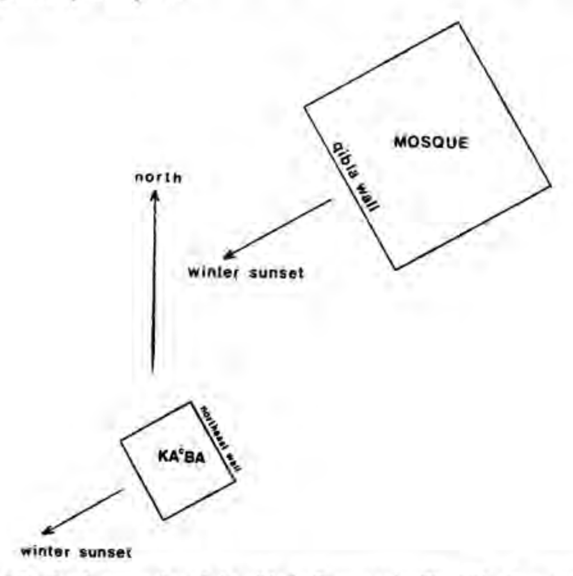


Fig. 3: al-Bazdawī's conception of the qibla in Transoxania. The qibla there is towards the northeastern wall of the Ka'ba. When standing in front of this wall one is facing winter sunset. Therefore the qibla in Transoxania is towards winter sunset.

12: The mode of formulating these two statements that the qibla is due west and due south, respectively, is typical of the kind of information contained in the early *kutub dalā'il al-qibla*.

al-Bazdawī favors the western qibla of the Ḥanafīs against the southern qibla of the Shāfi'īs, and quite reasonably invokes the example of the roads from Transoxania to Mecca. The road from Samarqand to Bukhara is roughly

printouts of medieval geographical coordinates described in *Kennedy & Haddad* which have been brought up-to-date by Dr. Kennedy in Cairo during 1978-79.

For al-Bazdawī's coordinates I compute that the *qiblas* (measured from the south) for Bukhara, Samarqand, and Nasaf are:

51;6°	51;8	56;23

according to the exact formula, and

49;28°	49;0	54;10

according to the standard approximate formula. (The modern coordinates are:

Mecca	21;27°	39;49°
Bukhara	39;48	64;25
Samarqand	39;40	66;58

so that the true *qiblas* for Bukhara and Samarqand are respectively 56;4° and 59;48° measured from the south, but these are, of course, irrelevant to any discussion of medieval qiblas or orientations.)

§ 9: The expressions "inclined away from the Kaᶜba towards the left" referring to the qibla in the direction of due west and "to the left of a person praying (in the qibla of due west) and to the right of the Kaᶜba" referring to the new qibla (in the direction of winter sunset?) are extremely awkward. They *seem* to relate to the direction of the local qibla as seen from the Kaᶜba.

We know from modern excavations (according to a sketch attached to a letter from Prof. N. B. Nemtseva to Prof. L. Golombek of the University of Toronto and The Royal Ontario Museum dated June 5, 1977) that the qibla of the Jāmiᶜ Mosque at Samarqand is about 35° S. of W. This corresponds roughly to the azimuth of the setting sun at midwinter for latitude $\varphi = 40°$ and obliquity $\varepsilon = 23\frac{1}{2}°$, which is about $31\frac{1}{2}°$ S. of W., but I have no information on the local horizon at the site to confirm whether this is indeed a solstitial alignment. In Paragraph 11 al-Bazdawī seems to imply that the qibla of the Jāmiᶜ Mosque was originally due west and was changed to the left, probably towards winter sunset. *Allāhu aᶜlam*. Finally, it is probably quite fortuitous that the alignment of the mosque corresponds fairly closely to the qibla that can be computed from al-Bazdawī's geographical data, namely, about 40° S of W.

It would be interesting to know how al-Bazdawī checked this qibla when he came to Samarqand in the year 473 Hijra. The sun was conveniently in Gemini (see below), and he probably checked that the sun was in the direction of the qibla of the mosque at a certain time after midday (see below).

§ 11: At first it seems strange that al-Bazdawī thinks one can gain more insight into the matter of the qibla by actually going to Mecca and then going back to one's own country. However, each side and corner of the Kaᶜba

riyāḍa 238, where the value is 18°) and a later eighteenth-century Moroccan star catalogue (*cf. Delphin*, p. 181, where the value is 16°). There is a considerable amount of unstudied material relating to trepidation available in the Islamic sources, and more basic research is necessary in this field. See already *Goldstein* and the literature there cited.

7: On the longitude values given by al-Bazdawī, see the commentary to Paragraph 8 below.

On the *farsakh*, see the article in EI_2 by W. Hinz. The value 1° = 25 *farsakhs* is attributed to Hermes (*cf.* the article *Hirmis* in EI_2 by M. Plessner) by al-Bīrūnī, quoting the eight-century astronomer al-Fazārī (*cf. Ali*, p. 177 and *Kennedy* 1, p. 132). Other values cited by al-Bīrūnī include three values around 18 or 19 *farsakhs* attributed to "the Indians," and to the early ninth-century astronomers al-Farghānī and Ḥabash. Yet other values are attested in the Islamic sources: for example, the seventeenth-century scholar Ḥājjī ᶜAbd al-ᶜAlī Tabrīzī of Hyderabad used 1° = 20 to 22 *farsangs* (*cf. Habib*, p. 25 of the author's typescript).

8: The remark that the qibla of the Ḥanafis "has a devation to the right of the person praying (in the true qibla) and he is (facing) to the left of the qibla" is an obscure way of saying that the qibla of the Ḥanafīs, which was due west, was too far to the right. al-Bazdawī goes on to say that the qibla could only be due west if the latitudes of the cities in Transoxania were the same as the latitude of Mecca (this is in fact erroneous).

al-Bazdawī gives the following geographical coordinates in Paras. 7 and 8:

Locality	Latitude	Longitude
Mecca	21°	67°
Bukhara	38	87
Samarqand	40	89
Nasaf	36±	88

al-Bazdawī's coordinates for Samarqand are attested elsewhere only in the geographical work of the late thirteenth-/early fourteenth-century Syrian ruler and scholar Abu'l-Fidā', quoting the unidentified source *Kitāb al-Aṭwāl*, but this source has (39;20°, 87,50°) for Bukhara, (39;0°, 88;40°) for Nasaf, and (21;40°, 67;13°) for Mecca. The latitude 38° for Bukhara, which is in error by almost two degrees, is not attested in any known medieval source. Likewise, no known medieval sources list a latitude for Nasaf less than 39°. al-Bazdawī's values for Mecca are common to several early Islamic sources, including the geographical work of the ninth-century Baghdad scholar al-Khwārizmī. However, al-Khwārizmī has (37;30°, 89;30°) for Samarqand and (37;50°, 87;20°) for Bukhara. For this information I have relied on the computer

5: al-Bazdawī is stating here that some Shāfiʿīs took the qibla to be due south: this is made clearer in a later passage (see Paragraph 7) when he states that their qibla would be correct only if there was no difference in longitude between Transoxania and Mecca. The phrase "between the rising point (of the sun) at (mid-) winter and its setting point" is an awkward way of refering to due south. The qibla at Medina is indeed almost due south.

6: al-Bazdawī is informing us that the *Ṣaḥāba* took the qibla as due west. In Paragraph 8 he states that this qibla was accepted by the Ḥanafī school. When he implies that at the equinox the sun has been in the sign of Libra for 20 days, he means that the sun enters Libra about September 20.

The identification of the autumnal equinox with agricultural activity is typical of the kind of information recorded in the almanacs that were common in medieval times. Examples are attested for Iraq, Egypt, Andalusia and the Yemen, but not, as far as I know, for the Eastern provinces of the Muslim world. On the almanacs of Ibn Māsawayh (Baghdad, early 9th century) and ᶜArīb b. Saᶜd (Cordova, 10th century), see *Troupeau* and *Pellat*. On a nineteenth-century Tunisian almanac, based on a much earlier Andalusian tradition, see *Samsó* 4. On an anonymous Egyptian almanac of uncertain date (but certainly earlier than the 18th century), see *Munoz*. On a late Yemeni almanac, see *Serjeant*. On the origin of certain of these almanacs, see *Samsó* 1, 2, and 3.

According to *Taqizadeh*, p. 40, the Avestan time of harvest in Iran began on September 14th. The following dates for the sun's entry into Libra are given in *Troupeau*, p. 135; *Pellat*, pp. 140-142; and *Serjeant*, p. 455:

Ibn Māsawayh	September 22
al-Bīrūnī	16/17
al-Qazwīnī	18
al-Marzūqī	24
Ibn ᶜArīb	18/23*
Muḥammad Ḥaydara (20th century)	23

(* according to the *Mumtaḥan Zij* (*Kennedy* 2, no. 51) and *Sindhind Zij* (*Kennedy* 2, no. 28), respectively; on this, see now *Samsó* 3, pp. 178-179.)

One might be forgiven for supposing that al-Bazdawī is suggesting that the equinox is at Libra 20°. Certain Muslim astronomers adhered to a (false) late-Hellenistic notion known as trepidation, which attributes to the equinox an oscillatory motion about the sidereally-fixed point Aries 0°. Other examples of specific values given to the current distance between the equinox and Aries/Libra 0° occur in later Maghribi sources, such as some prayer-tables for Morocco by Muḥamamd b. Muḥammad al-Jannād (MS Cairo Taymūr

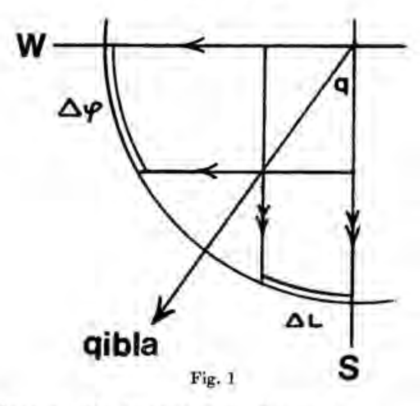


Fig. 1

which is equivalent to the approximate formula

$$q = \text{arc tan} \left\{ \frac{\sin \Delta L}{\sin \Delta \varphi} \right\}$$

For a survey of these methods, see my article *Ḳibla* in *EI_2*, and also *King* 5, Section 2.

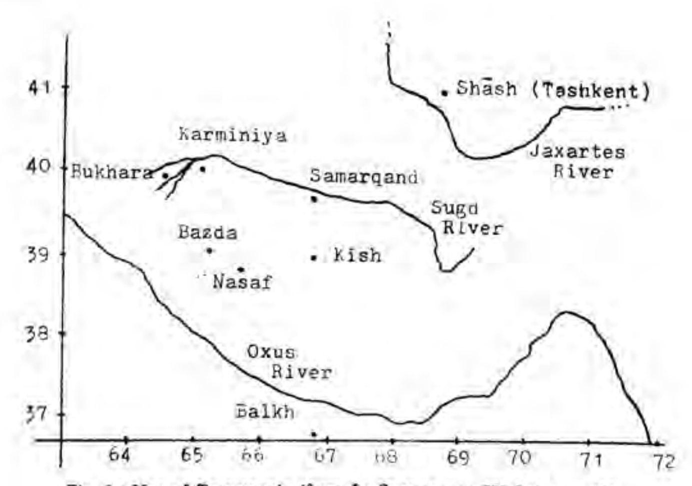


Fig. 2 : Map of Transoxania (from *Le Strange*, map IX facing p. 433

3. *Technical Commentary on al-Bazdawī's Treatise*

The commentary relates to the numbered paragraphs in the translation in Section 2.

In the commentary I use the following notation freely:

h_q	solar altitude in the azimuth of the qibla
L	terrestrial longitude
L_M	longitude of Mecca
n	length of gnomon
q	qibla (measured from the meridian)
s	length of gnomon shadow
t_q	hour angle when the sun is in the azimuth of the qibla
δ	solar declination
ΔL	difference in longitude from Mecca
Δs	increase of gnomon shadow over midday minimum
$\Delta\varphi$	difference in latitude from Mecca
ϵ	obliquity of the ecliptic
φ	solar longitude
φ	terrestrial latitude
φ_M	latitude of Mecca

The mathematical problem of determining the qibla q for any locality in terms of the geographical coordinates of the locality (L,φ) and of Mecca $L_M, \varphi_M)$ has the solution:

$$q = \text{arc cot} \left\{ \frac{\sin\varphi \cos\Delta L - \cos\varphi \tan\varphi_M}{\sin\Delta L} \right\},$$

where $\Delta L = | L - L_M |$. Equivalent exact trigonometric or geometric solutions were known to Muslim astronomers from the ninth century onwards. Also, however, various approximate methods were devised in the ninth century, of which the most popular method, which has been used for over a millenium, was to use the construction:

shadow of any object is the same as it was in Samarqand: this (direction) will be the qibla of that city, for in a period of one or two, or up to ten, days, no more than a small difference (in shadow length) will occur, and such a difference need not be taken into consideration.

(15) The calculators have devised another method for finding the qibla and laying it out which can be used on any day (of the year). The sun is in the same direction as the Kaʿba at some particular moment on every day (of the year), so whoever knows that moment and faces the sun at that moment in any of these cities, then that (direction) will be the qibla of those cities. But whoever wants to lay out the qibla on any day must learn how the solar altitude is found. When the sun is in the first degree of the sign of Aries and the altitude of the sun after midday is forty degrees, then anyone who faces the sun at that moment in one of these cities will be facing the qibla of that city. When the sun is in the second degree of the sign of Aries and the altitude of the sun after midday is forty-one degrees, then whoever faces the sun in one of these cities at that moment will be facing the qibla of that city. In this way (the required altitude of the sun) increases degree by degree every two days or more, until the sun enters the sign of Cancer and has moved through sixteen degrees of it [*sic*] and when it enters the sixteenth degree and the altitude of the sun after midday is sixty-six degrees, whoever faces the sun at that time in one of these cities will be facing the qibla of that city. Then (the required altitude of the sun) decreases in this way until the sun enters the sign of Capricorn and moves through sixteen degrees of it [*sic*]. When (the sun) enters the nineteenth [!] degree and you measure the altitude after midday in one of these cities and the altitude is eleven degrees, then whoever faces the sun in any one of these cities at that moment will be facing the qibla of that city. Then the degree(s of the altitude of the sun) start to increase every two days or more until (the sun) reaches Aries. I have written the increase and decrease of the degree (of altitude of the sun) throughout the year in a table which I prepared, and I have written this in alphanumerical notation which is *abcd* . . . (for 1234 . . .).[10]

[THERE IS NO TABLE IN THE CAIRO MANUSCRIPT !]

10. On the *abjad* notation for numbers in Islamic astronomical tables, see *Irani*.

lators and those who practice disciplines other than arithmetic agree that when the sun enters Gemini [and has moved through ten degrees of it], it becomes in the same direction as Mecca when it is midday (at Mecca), (the sun being then) like a shield over a man's head, so that there remains no shadow anywhere and so they have the expression "there is no shadow left in the wells." Similarly when the sun enters the sign of Cancer and has moved through twenty degrees of it, the sun is again in the same direction as Mecca when it is (in the zenith of Mecca) at midday, and in every place whose longitude is the same as the longitude of Mecca, so that if a person faces the sun at midday (in Mecca) when the sun has entered the sign of Gemini [and moved through ten degrees of it] or when the sun has moved through twenty degrees of the sign of Cancer, then that (direction) will be the qibla of that place. Midday at Mecca will be after midday in every place which differs in longitude from Mecca and whose longitude is greater than that of Mecca, such as Bukhara and Samarqand. We have already noted the difference between the longitude of these cities and that of Mecca; thus the declining of the sun from the meridian at Mecca takes place only after the midday at the cities of Bukhara, Samarqand, and Nasaf, by two and two-thirds hours. So when two and two-thirds hours have passed after midday in the cities of Bukhara, Samarqand, and Nasaf, // whoever faces the disc of the sun at that moment when the sun is at the beginning of the sign of Gemini or the end of the sign of Cancer in one of these cities, this will be the qibla of these cities. So if the person is one of those who understands the hours he will after finding the hours proceed according to what we have explained. If he does not know the hours precisely, then when the shadow of every object after midday becomes half (the length of the object), which is the time when the followers of Abū Ḥanīfa – may God have mercy upon them – perform the *ẓuhr* prayer at that time (of the year), *viz.* the summer, whoever faces the disc of the sun at that time in any of these cities, this (direction) will be the qibla of that city. If the person is one of those who knows the entry of the sun in the zodiacal signs, this is good, otherwise he should have recourse to someone who does know this, and inquire, and lay out the qibla at that time according to what we have stated. Likewise, when the sun has entered the sign of Capricorn, which is at the beginning of winter when the day-light is at its shortest, then when the sun has almost set, whoever faces the sun at that time in any of these cities of Samarqand, Bukhara, or Nasaf, this (direction) will be the qibla of those cities.

p. 11

(14) However, the way to make the qibla in Bukhara and Nasaf the same as the qibla of the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand is to look at the disc of the sun after midday in the city of Samarqand in the Jāmiᶜ Mosque until it is in the same direction as the qibla (of the mosque), and to see how long the shadow of any object is, and to measure it, and then to return to Bukhara or Nasaf or Karminīya or Kish with haste, and there face the sun after midday when the

method of knowing (the qibla) by the easiest means. I pray for God's ultimate .9 reward and His guidance // in completing it, relying upon Him for protection from slipping and falling into error, and hoping for His good pleasure.

(11) So I say: We explained at the beginning of the book that which proved the error of what was introduced by the more recent followers of al-Shāfiᶜī concerning the qibla, and we mentioned that the qibla laid out by those who conquered the(se) regions was erroneous. I heard from one of the upright legal scholars in whom I have confidence that anyone who leaves Mecca and gives careful consideration to the matter of the qibla and then goes back to Transoxania will recognize that the qibla (there) is inclined to the left of the (true) qibla. My grandfather, the shaykh, the ascetic imam, Abū Muḥammad ᶜAbd al-Karīm ibn Mūsā, travelled to Mecca as a pilgrim and whilst there thought about the matter of the qibla. When he returned to his own town he changed the qibla of his mosque to the left of the person praying, *i.e.* to the right of the qibla (?), because he had become certain of the error of the (first) qibla. But then he annulled (the new qibla) and put (the qibla) back to what it had been previously, on account of the people's gossiping so much, because ignorance together with fanaticism prevailed amongst the unlearned of his town. I heard this (story) from honest and reliable people. Likewise, the experts in arithmetic were of one mind and changed the qibla of the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand from what it had been to the left of the person praying, and the religious leaders of both schools agreed upon it. Their agreement indicated the error of both qiblas.

(12) The position of the followers of our school (*i.e.* the Ḥanafīs) that the Pole Star should be aligned with a person's two earlobes when he wishes to pray is incorrect, since this would be correct if the latitude of Mecca and the latitude of that region were equal, which is not the case. Indeed, there is a large difference in latitude between them, as we have shown. The statement of some of the followers of al-Shāfiᶜī that the Pole Star should be at the neck 10 of a person when he wants to pray is also completely erroneous. // It would be correct only if the longitude of Mecca and the longitude of these cities were equal, and we have shown that this is not the case. The opinion of the followers of al-Shāfiᶜī is more erroneous than the opinion of the followers of Abū Ḥanīfa and those who conquered this region, because the roads in this region (leading) to Mecca were laid out by the ancients towards the setting point of (the sun at) the equinox, and they did not lay them out towards [what is between] the setting point of (the sun at mid-) winter and its rising point.

(13) I shall now demonstrate a method for finding the qibla in the cities of Transoxania – Bukhara, Samarqand, and Nasaf, and the towns and villages which belong to them – in such a way that people can understand. The calcu-

and Samarqand the difference is greater. Thus it is not correct at all that the person facing the setting point of (the sun at) the equinox is facing Mecca, because of the large difference in latitude between the two, close to five hundred (text has: fifty) *farsakhs*. Because the sun sets at the equinox to the left of Mecca and not in a direct line with Mecca, the person facing west on that day will not be facing Mecca. This error occured on their part simply because they laid (the qibla) down in approximation, without having any knowledge of calculation. One who uses an approximation is acting without adequate evidence; he is in fact functioning by the dictates of the heart. The one who judges by approximation often errs, but despite this he may (validly) pray if he has no other evidence. The prayer of those who have no adequate
8 evidence is permissable and likewise the prayer of those who follow them, but // when someone has revealed their error with the correct evidence, they may no longer pray towards the qibla (that has been shown to be incorrect).

(9) During the time of my stay in Samarqand, when I was a judge at the *ḥaḍra*, I heard some people in whom I have confidence say that the religious scholars took it upon themselves to make a thorough investigation of the qibla laid out by those who had conquered the region of Transoxania, and that they agreed that it was inclined away from the Kaᶜba towards the left (?). So they had recourse to those who are experts in calculation and who have insight in this matter and they laid out for them a qibla to the left of the person praying and to the right of the Kaᶜba (?), *i.e.* it is between the qibla of the followers of Abū Ḥanīfa – may God have mercy on him – and that introduced by the (more ?) recent followers of al-Shāfiᶜī – may God have mercy upon him. They laid out the qibla of the Jāmiᶜ Mosque in Samarqand in the same direction, and the followers of Abū Ḥanīfa and al-Shāfiᶜī at that time agreed on this, *i.e.* a qibla which has not inclination in any direction (from the true direction of Mecca). I checked it when I came to Samarqand in the year four hundred and seventy-three and the sun was in the sign of Gemini: I found it correct and proper.

(10) Afterwards when I realized that this vain and absurd disagreement concerning the qibla between the followers of Abū Ḥanīfa and the recent followers of al-Shāfiᶜī is a disagreement of ignorant men who do not really know – since anyone who really knows the qibla would say that both parties are wrong, while anyone who has no true knowledge but does have piety and normal adult intelligence will not enter into an argument over the qibla but will acknowledge that he does not know, so that the dispute will continue only between unlearned men who have neither piety nor normal adult intelligence together with precise reflection – I felt a desire to compose a short work on the question of the qibla in which I would show what is right and demonstrate it with brilliant reasoning from the evidence and also show in it the

Transoxania and Khurasan should be between the rising and setting point of (the sun at mid–) winter only if these cities have the same longitude as Mecca, or if the longitude of these cities is close to the longitude of Mecca, like the longitude of Mecca (as compared) with the longitude of Medina. By "longitude" is meant the distance of the city from the sea in the west which encircles the earth (*i.e.* the Atlantic). The distance of Mecca from the sea in the west is sixty-
. 6 seven degrees, and the distance of Bukhara // from the sea in the west is eighty-seven degrees, and the distance of Samarqand from it is eighty-nine degrees, and the distance of Nasaf from it is eighty-eight degrees. Thus the difference between the distance of Mecca and the distance of Bukhara is twenty degrees, and each degree is approximately twenty-five *farsakhs*, so that the longitudinal difference between Mecca and Bukhara is five hundred *farsakhs* or thereabouts. The differences in longitude between Samarqand and Mecca, and between Mecca and Nasaf, are greater than this. So whoever (in these parts) puts his face in the direction between the rising point (of the sun) in winter and its setting point will certainly not be facing Mecca. There is about five hundred (text has: fifty) *farsakhs*' distance in longitude between (Mecca and these parts), so whoever puts his face in the direction between the setting point (of the sun) in winter and its rising point knows with certainty that he is not facing Mecca because the distance in longitude between Mecca and Bukhara is five hundred *farsakhs*. Thus the error in what recent scholars of the Shāfiʿī school introduced in the qibla is established with certainty.

(8) The qibla laid out by those who conquered this district, which is (the qibla) used for prayer by the followers of Abū Ḥanīfa – may God have mercy upon him, has a deviation to the right of the person praying (in the true qibla) and he is (facing) to the left of that qibla (*i. e.* due west). Thus the face (?) of the qibla . . . [LACUNA?] ... is to the east (!!), for we have stated above that this qibla is towards the setting point of (the sun at) the equinox, *viz.*, is at the middle of the setting points of the sun. The setting point of (the sun at) the equinox is not equal . . . [LACUNA?] . . . for these cities in latitude (?). This
. 7 would be correct only if the latitude of these // cities and the latitude of Mecca were the same (or) their latitudes were close, so that the (person) facing the setting point of (the sun at) the equinox would be facing Mecca. But there is a large difference in latitude between Mecca and these cities, for the latitude of Mecca is twenty-one degrees, the latitude of Bukhara is thirty-eight degrees, the latitude of Samarqand is forty degrees, and the latitude of Nasaf is approximately thirty-six degrees. By "latitude" is meant the distance of the locality from the equator, which is mid-heaven [!]. Now all the inhabited part (of the earth) is in one of the two halves of the earth, namely, the half which is to the left of the qibla (??). The latitudinal difference between Mecca and Bukhara is sixteen degrees, each degree being close to twenty-five *farsakhs*, so that there are four hundred *farsakhs* between them, and between Mecca

(5) Some of the more recent followers of al-Shāfiʿī in Transoxania and Khurasan who had never smelled the fragrance of arithmetic found fault with the righteous men of the first generations and they made the qibla in the direction between the rising point (of the sun) at (mid–) winter and its setting point. They relied on two Prophetic statements, one of which is their relating from the Prophet – may (God) bless him and grant him salvation – that he said: "The qibla is between the east and west,"[7] and the second is their likewise relating from him – may (God) bless him and grant him salvation – that he said: "Do not face towards or away from the qibla when you are relieving yourself; rather face east or west."[8] The authenticity of these two Prophetic sayings is not recognized because the reliable authorities did not relate them in their books.[9] Furthermore even if the reports are true, it is plain for any intelligent person that the argument based on these reports is not valid, for every intelligent person knows by immediate intuition that the qibla of all localities is not between the east and the west. The qibla of some localities only is (in this direction). There is no (mention) in the statement of the Prophet – may (God) bless him and grant him salvation – that this qibla is the qibla of any (particular) place, and therefore one cannot rely on these two Prophetic statements. If they say // the Prophetic statement: "the qibla of the people of Iraq is between the east and the west" is related, then we reply that this addition (*viz.* "of the people of Iraq") is not authentic because Iraq had not been conquered in those days. Rather it is more probable that what is intended by these two Prophetic statements is the qibla of the people of Medina, for it is (indeed) between the east and the west.

(6) When the righteous first generations conquered the(se) lands, they made the qibla of Transoxania and Khurasan at the setting point of (the sun in) the autumn, which is the setting point when day and night are equal. When the sun has entered the sign of Libra and twenty days have passed [of the month of Aylūl (= September)!] so that (the sun) has moved about twenty degrees (during that month), then whoever faces the sun at sunset (is facing) the qibla laid out by the men of the first generation. (The season) is the time when the peasants of Bukhara finish sowing wheat and barley. The situation is the same when the sun has entered the sign of Aries.

(7) The distorted qibla which is accepted by the Shāfiʿite school is altogether erroneous. That it is erroneous is obvious to anyone of normal adult intelligence who has given a modicum of thought (to the matter), let alone having smelled the fragrance of arithmetic. It is correct that the qibla of the cities of

7. See *Wensinck*, V, p. 259b for references to this *ḥadīth*.
8. This *ḥadīth* is not in the canonical collections.
9. This is true only of the second *ḥadīth* quoted: see notes 7 and 8 above.

wherefore one has to know in which direction is the Kaᶜba. Imams in the first generations – may God have mercy on them – formulated many (legal) problems relating to each of the conditions (of prayer) and they expounded solutions demonstrating their correctness; they were not satisfied to follow the authority of others in these (matters). Likewise they formulated many solu-
p. 3 tions to problems relating to (obligatory) alms-giving // , even though most people do not need to know the solutions to such problems. They (also) formulated solutions to many problems relating to fasting, even though there was not much need to know the problems and solutions relating to it. They (further) formulated the solutions to many problems relating to marriage and divorce, sales and crimes, and to other problems as well, relating to every (conceivable) subject. Even though ordinary people have no need of solutions to such problems most of the time, they *(viz.* the imams*)* pursued the evidence that leads to the correct solution of these problems, thought about them, and were not content to follow the authority of others, speculating on behalf of the people as a whole, so that when an individual happened to need a particular response he should find it or something similar to it and not be perplexed about it. Abū Ḥanīfa – may God have mercy upon him – was our leader in formulating the solutions to problems, reasoning on the basis of their evidence, and his followers after him thought about those solutions, as did the other legal scholars of the community – may God have mercy upon them. Solutions for which they found provative evidence to indicate their validity they adhered to and asserted as valid, but where no provative evidence of the correctness (of a solution to a given problem) became apparent to them, they rejected it, and were not content to follow the authority of others.

(4) Now most of the imams of the first generations avoided thinking about the matter of the qibla and were content to follow the authority of others, even though the laying out of the qibla is not a matter in which one is obligated to follow the authority of another. They did this only because they did not have the means (*āla*) to know the qibla, since the qibla can be known only by the science of arithmetic, and they had no insight into calculation. Accordingly they followed the authority of others because of their inability to find it by using (the traditional method of invoking) legal evidence. Most of the imams of the first generations had not made any efforts (*ijtahadū*) in arithmetic, and
p. 4 some of the followers of our school had // insight into it and so sought solutions to the problems relating to the qibla and they got them right. But the (imams) did not compile any books on (the subject) because of the abstruse nature of arithmetic, and because most people, especially the legal scholars, avoided arithmetic. Some of them did compile books but they compiled them in such a way that they were so difficult to comprehend that only those thoroughly familiar with arithmetic could understand what was in them. So these books fell into disuse and everybody ended up relying on established authority.

2. *Translation of al-Bazdawī's Treatise*

There follows a free translation of al-Bazdawī's treatise. Words in parentheses have no counterpart in the original and have been added to clarify the meaning. In general the meaning of the text is clear. Page references in the margin relate to the pagination of the Cairo manuscript. The paragraph numbers accord with those used by me in the edition of the text presented in the Appendix.

1 *Treatise on the Azimuth of the Qibla*[1]

2 (1) In the Name of God, the Merciful and Compassionate. Praise be to God the Most High, the Mighty, the Mild, the Benificent, the Wise, the Knowing, the Ruler, the Truth, the Revealer, the Possessor of strength and power, the Firm[2] – for the (different) kinds of virtues, high moral standards, and ood qualities with which he has blessed us. Blessings upon His chosen, faithful, elected, and distinguished Prophet, and on all of his pure family, his companions, and his wives.

(2) The shaykh, imam, the gallant master the leader of Islam, Abu'l-Yusr al-Bazdawī,[3] may God have mercy on him, said:

The greatest of the religious observances after faith in God – may He be exalted – is prayer,[4] for the Prophet – may (God) bless him and grant him salvation – said: "Prayer is the pillar of religion; whoever neglects it has destroyed (his) faith."[5]

He considered faith without prayer to be like a ruined house, and a ruined house is a house but is no (longer) of any use. This Prophetic statement shows us that prayer is one of the greatest of the religious observances, and that anyone who neglects it indeed invalidates his faith.[6]

(3) Now anyone who needs to perform the prayer several times each day cannot perform it except after he knows its basic elements and conditions. One of the conditions required in every prayer is that one should face the Kaᶜba,

1. The title *Risāla fī samt al-qibla* is probably spurious: al-Bazdawī nowhere mentions the word *samt*, "azimuth," in his treatise, although he does use the related word *musāmit*, "in the same direction as . . .".

2. These are some of the ninety-nine names of God, on which see the article "*al-Asmā' al-ḥusnā*" in EI_2 by L. Gardet.

3. al-Bazdawī is nowhere else named in the Cairo manuscript. Later in the text he mentions that he was a judge in Samarqand (paragraph 9), and that he arrived in Samarqand in 473 Hijra (paragraph 9), and he also names his grand-father (paragraph 11).

4. The word *al-ṣalāt* is here omitted from the Arabic text ! The prayer intended is the ritual liturgical prayers, on which see the article "*Ṣalāt*" in EI_1 by A. J. Wensinck.

5. On the statements attributed to the Prophet Muḥammad see the article "*Ḥadīth*" in EI_2 by J. Robson. A concordance of the canonical *ḥadīth* literature is *Wensinck*, but this particular *ḥadīth* does not occur in the canonical collections.

6. Note that the text has *lā yubaṭṭilu/yubṭilu īmānahu*, "does not invalidate his faith," and I have emended this to *la-yubaṭṭilu/yubṭilu īmānahu*.

The treatise presented in this study deals with the determination of the qibla in early Islamic Transoxania.[5] It affords new light on qibla determinations in early Islamic practice and contains information which will be useful to historians of Islamic architecture when the religious architecture in Transoxania is properly surveyed for the first time. The author of the treatise, Abu'l-Yusr al-Bazdawī, was a *qāḍī* in Samarqand in the late eleventh century[6] and was a Ḥanafī scholar of some standing. He was the author of several works on law, including a commentary on the major work of Abu Ḥanīfa, after whom the Ḥanafī school is named, and a commentary on a work of Abu Ḥanīfa's student al-Shaybānī, who was one of the founders of the Ḥanafī school. The *nisba* al-Bazdawī indicates that our author or his family originated from Bazda or Bazdawa, a small town with a castle on the road between Nasaf and Bukhara.[7]

al-Bazdawī's treatise is extant in a manuscript preserved until recently in Sohag in the Nile Valley, but the manuscript is now no longer in the Library of Sohag. The authorities there say that the manuscript has been taken to Cairo, but I have been unable to ascertain its fate more precisely.[8] However, a hand copy of the Sohag manuscript, prepared in 1936, is preserved in the Egyptian National Library, numbered B 19385 and containing twelve pages of text.[9] This study is based entirely on this late copy:[10] I present a translation of al-Bazdawī's treatise (Section 2) and a commentary thereon (Section 3), as well as an assessment of al-Bazdawī's understanding of the qibla problem and of his suggestions for its solution (Section 4). The Arabic text edited from the Cairo copy is also presented (Appendix A).

5. A good introduction to the area is *Le Strange*.

6. On al-Bazdawī, see *Brockelmann*, I, p. 460, and SI, pp. 637-638, and *Sezgin*, I, pp. 412 and 428.

7. *Le Strange*, p. 471.

8. It is a pleasure to thank my friend Mr. Peter Mackenzie-Smith, formerly of the British Council in Cairo, and his friends amongst the British VSO teachers in Sohag, for making enquiries about the manuscript on my behalf.

9. This manuscript was first catalogued in *Sayyid*, I, p. 397. The letter B indicates that it belongs to the manuscripts dealing with religion that were acquired by the Egyptian National Library between 1936 and 1955.

10. The importance of the treatise was first recognized during my recent survey of the scientific manuscripts in the Egyptian National Library. See further *Cairo Cat.*, vol. I, *sub* B 19385; vol. II, Section 3.3.2; and *Survey*, no. B88.

Al-Bazdawī on the Qibla In Early Islamic Transoxania

DAVID A. KING*

1 – *Introduction*

In the seventh century, within decades of the death of the Prophet Muḥammad, the Muslims conquered an area stretching from Andalusia to India. Wherever they settled they built mosques oriented in the qibla, that is, so that the prayer-niche or *miḥrāb* would be facing Mecca, in accordance with a Quranic injunction that Muslims should face the sacred compound in Mecca during prayer.[1] The orientations of the earliest mosques built by the *Ṣaḥāba*, the contemporaries of the Prophet, and the *Tabiᶜūn*, the next generation of Muslims, were established by non-mathematical procedures. The qibla was defined in terms of the cardinal directions, or by the rising and setting of the sun or stars, or by the wind directions.[2]

The determination of the qibla by mathematical means is a complicated problem of mathematical geography, which was pursued with enthusiasm by Muslim astronomers from the ninth century onwards. To solve the qibla problem, one requires a knowledge of terrestrial coordinates and a trigonometric formula giving the direction from one locality to another on a terrestrial sphere Lists of such coordinates and statements about the appropriate formulae are attested in numerous medieval sources.[3] Inevitably controversies arose in different localities about which qibla directions were legally acceptable, and the records of these discussions constitute documents of considerable interest to both the history of Islamic science and the history of Islamic architecture.[4]

* **David A. King**: Institu für Geschichte der Naturwissenschaften, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, FRG, formerly of the Department of Near Eastern Language and Literatures, New York University, New York, USA.

Acknowledgements:

The research on medieval Islamic science conducted at the American Research Center in Egypt during the period 1972-1979 was sponsored mainly by the Smithsonian Institution (1971-79) and the National Science Foundation, Washington, D. C. (1972-80), the Ford Foundation (1976-79), and the American Research Center in Egypt (1979). This support is gratefully acknowledged.

It is a pleasure to thank the Egyptian National Library for providing a microfilm of the copy of al-Bazdawī's treatise on which this study is based. I owe many of the finer points of the text edition and translation of al-Bazdawī's treatise to discussions with my friend Prof. Richard Frank of the Catholic University of America, *khayr al-nudamā' wa-'andamuhum*, begun on board MTS Argonaut on the Red Sea and concluded in Cairo.

1. See the article "*Kibla* (ritual and legal aspects)" in EI_2 by A. J. Wensinck.
2. See *King* 5 and also *King* 7 (forthcoming).
3. See my article "*Kibla* (astronomical aspects)" in EI_2, and also *King* 7, Section 2.
4. See already *Renaud* 2 on the qibla in the Maghrib, *King* 2 on the qibla in Andalusia, and *King* 1, pp. 368, and 4 on the qibla in Egypt. More details are given in *King* 7, Section 4.

ISSN 0379-2927

Journal for the History of Arabic Science

JOURNAL FOR THE HISTORY OF ARABIC SCIENCE

Published by the Institute for the History of Arabic Science (IHAS).

Manuscripts and all editorial material should be sent in duplicate to the Institue for the History of Arabic Science (IHAS), University of Aleppo, Aleppo, Syria.

All other correspondence concerning subscription, advertising and business matters should also be addressed to the Institute (IHAS). Make checks payable to the *Syrian Society for the History of Science*.

ANNUAL SUBSCRIPTION RATES:

Volumes 1 & 2 (1977 & 1978)	$ 6.00
Volumes 3, 4, 5 & 6 (1979, 1980, 1981 & 1982)	$ 10.00
Volume 7 (1983)	$ 15.00
« 8 (1984)	$ 15.00

Postage expenses are not included.

Aleppo University Press
Printed in Syria

JOURNAL for the HISTORY of ARABIC SCIENCE

W
q
Δφ
qibla
ΔL
S

ol. 7
Nos.
& 2
983



University of Aleppo

Institute for the History of Arabic Science

Aleppo, Syria